

北京大学本科课程试卷(离散数学)参考答案

2011~2012 学年第一学期末 (2012.1.2)

一、 判断题 (每题 2 分, 共 20 分)

- 1、命题公式 $p \rightarrow p$ 是永真式; (正确)
- 2、如果给定个体域, 并将公式中的所有自由变元都取定个体, 则谓词公式将成为命题; (错误)
- 3、命题演算形式系统 PC 中, 如果公式 B 是 A 的演绎结果, 则 $A \rightarrow B$ 是定理; (正确)
- 4、集合归纳定义中的基础条款和归纳条款必须保证毫无遗漏产生集合中所有成员; (正确)
- 5、空集 $f \in \{f\}$ 和 $f \subseteq \{f\}$ 同时成立; (正确)
- 6、两个同构的图, 其排序后的度数序列有可能不同; (错误)
- 7、代数结构 $\langle \mathbb{N}, + \rangle$ 中, 自然数 1 是零元; (错误)
- 8、不同的语法产生不同的语言; (错误)
- 9、 $\{a^m b^m \mid m \in \mathbb{N} \wedge m \leq 100\}$ 是正则语言; (正确)
- 10、形式语言 L 如果可被识别, 则其补语言 $V^* - L$ 也可被识别。 (错误)

二、 名词解释与简答 (每题 6 分, 共 30 分)

- 1、写出命题公式 $\neg p \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$ 的主析取范式; ($(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$)
- 2、归纳定义; 3、平面图; 4、匹配; 5、哥德尔数。(参见课件定义)

三、 综合题 (每题 10 分, 共 50 分)

- 1、集合 P 为恰包含 1 个命题变元的命题公式的全体, 将等值的命题公式归为同一等值类构成对集合 P 的划分, 请:
 - (1) 根据这种划分定义 P 上的等价关系 R 并证明之; (证明自反、对称和传递性)
 - (2) 写出 R 中所有等价类的代表元素。 ($t, f, p, \neg p$)
- 2、有限集合 A 上的等价关系全体及集合交运算构成代数结构, 请指出
 - (1) 交运算是否满足结合律、交换律; (满足)
 - (2) 如果有的话, 请指出 S 中的左右零元、零元、左右幺元、幺元以及载体元素的左右逆元、逆元, 并说明理由, 没有的也指出理由。 (相等关系是零元, 全关系是幺元, 只有全关系存在逆元)
- 3、画出两个不同构的 6 顶点树 T1、T2, 分别对 T1、T2 写出下列内容:
 - (1) 其二分图的表示形式 $\langle X, E, Y \rangle$, 写出 X, Y, E 的内容; (本题注意序关系定义中包含自反)
 - (2) 将二分图画为 X 在上, Y 在下的形式, 并将其当作哈斯图, 写出对应的序关系定义。
- 4、字符集 $V = \{a, b\}$, V 上的正则表达式 ab^*a , 请写出下列内容:
 - (1) 此正则表达式所对应的正则集 L; ($\{ab^n a : n \in \mathbb{N}\}$)
 - (2) 识别此正则集 L 的有限状态机 M, 并画出状态图;
 - (3) 识别此正则集 L 的图灵机 T。 (注意接受和拒绝状态必须停机)
- 5、请结合你熟悉的专业课知识论述离散数学基本念在其中的应用。

