

北京大学本科课程试卷(离散数学)

2012~2013 学年第一学期末 (2013.1.14)

注意：请将所有解答写在考试专用纸上，写在本试卷的解答无效！

一、 判断题 (每题 2 分, 共 20 分)

- 1、如果命题公式 A 是永真式, 那么 $\neg A$ 就是永假式; (正确)
- 2、如果命题公式 A 的所有成真赋值都是公式 B 的成真赋值, 那么 A 逻辑蕴含 B ; (错误)
- 3、空集 ϕ 的幂集是 $\{\phi\}$; (正确)
- 4、如果 B 不是空集, 那么 $A-B \neq A$; (错误)
- 5、非空集合 A 上的全关系 $A \times A$, 具有自反、对称和传递的性质; (正确)
- 6、不同构的图, 其度数序列不会相同; (错误)
- 7、代数结构 $\langle \mathbb{N}, + \rangle$ 中, 自然数 0 是零元; (错误)
- 8、不同的语法可能产生相同的语言; (正确)
- 9、正则表达式 a^*b^* 所描述的语言是 $\{a^m b^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}\}$; (错误)
- 10、图灵机所能识别的语言也一定能为某个有限状态机所识别。 (错误)

二、 名词解释与简答 (每题 6 分, 共 30 分)

- 1、(命题演算中的) 证明和演绎;
- 2、正则图; 3、划分; 4、通用图灵机; 5、哥德尔不完备定理。(参见课件中的定义)

三、 综合题 (每题 10 分, 共 50 分)

- 1、举一个三段论的例子, 并形式化为谓词公式, 再证明此公式为永真式。

$A(x)$: x 是学校; $B(x)$: x 有学生; t : 北京大学

形式化为: $(\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \wedge A(t)) \rightarrow B(t)$

逻辑等价式: $(A \wedge B) \rightarrow C \Leftrightarrow A \rightarrow (B \rightarrow C)$, 永真式: $\forall x A(x) \rightarrow A(t)$

证明过程: $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (A(t) \rightarrow B(t))$ 公理,

根据逻辑等价式变换为 $(\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \wedge A(t)) \rightarrow B(t)$

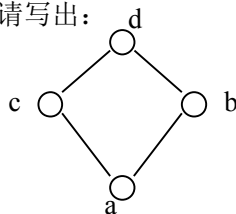
- 2、有序集 $\langle A, R \rangle$ ($A = \{a, b, c, d\}$, R 为 A 上的序关系), 其哈斯图如图所示, 请写出:

- 1) R 的列举方式描述;
- 2) A 的一个划分 π , 划分中每个单元任两个元素都不可比较;
- 3) 上述划分 π 所对应的等价关系 R' 的列举描述。

$R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, d \rangle, \langle c, d \rangle, \langle b, d \rangle\}$

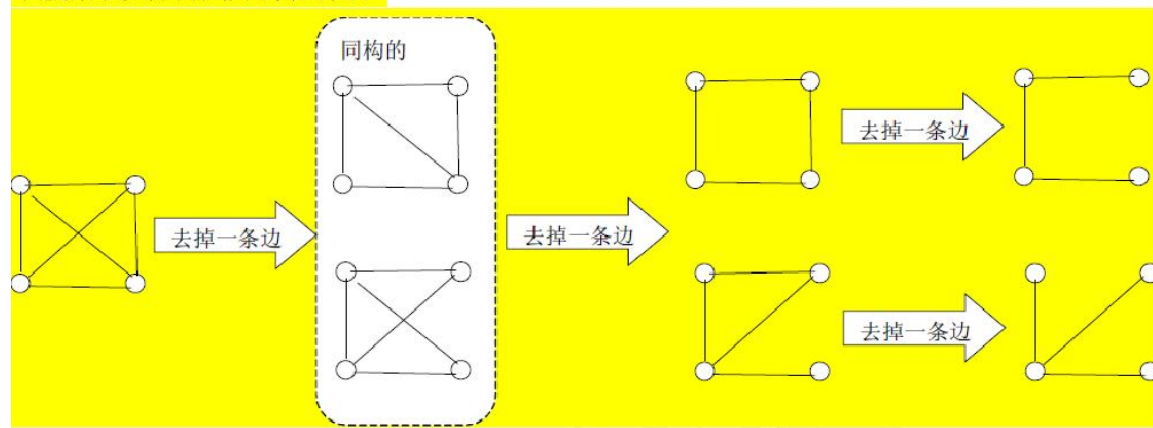
$\pi = \{\{a\}, \{d\}, \{b, c\}\}$

$R' = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle\}$



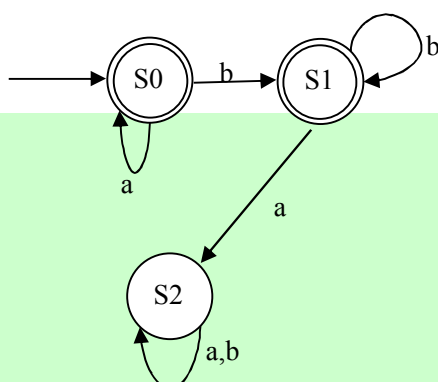
3、画出具有 4 个节点的所有非同构的连通简单无向图，并说明你找到所有这些图的线索能保证无遗漏和重复。

可以采用从完全图 K_4 开始减边的方法，从 6 条边开始，到连通图所需要的 3 条边，进行穷举搜索找到所有非同构的图。



4、字符集 $V=\{a,b\}$ ， V 上的正则表达式 a^*b^* ，请写出下列内容：

- (1) 此正则表达式所对应的正则集 L ； $\{a^m b^n : m, n \in N\}$
- (2) 识别此正则集 L 的有限状态机 M ，并画出状态图；
- (3) 识别此正则集 L 的图灵机 T 。（注意接受和拒绝状态必须停机）



5、请结合你熟悉的专业课知识论述离散数学基本概念在其中的应用。

