离散数学2016秋季

课堂讨论-1027

陈斌

北京大学地球与空间科学学院

gischen@pku.edu.cn

第三周：谓词演算及其形式系统

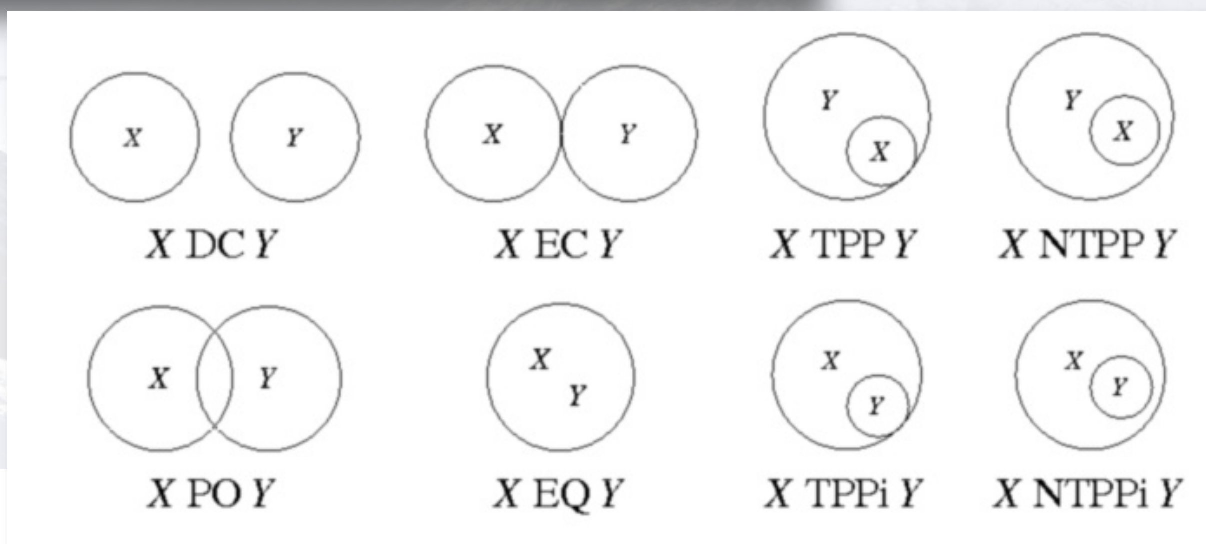
- 个体、谓词和量词
- 谓词公式
- 谓词公式永真式
- 谓词演算形式系统FC
- 全称引入规则及存在消除规则
- 自然推理系统ND
- ND中的定理证明

拓扑关系代数：RCC

- 区域连接算子RCC（Region Connection Calculus）
- RCC是一个代数系统，从定义的“区域”、“连接关系”以及两条公理出发，采用一阶谓词逻辑定义出所有的拓扑关系
  - “区域”是拓扑空间中的非空集合，也就是我们需要讨论拓扑关系的对象
  - “连接关系”是一个区域间的二元关系，两条公理阐明了其自反和对称的性质

$$
\begin{aligned}
\mathsf{DC}(x,y) &\equiv_{def} \neg\mathsf{C}(x,y)\\
\mathsf{P}(x,y) &\equiv_{def} \forall z[\mathsf{C}(z,x) \rightarrow \mathsf{C}(z,y)]\\
\mathsf{PP}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{P}(x,y) \wedge \neg\mathsf{P}(y,x)\\
\mathsf{EQ}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{P}(x,y) \wedge \mathsf{P}(y,x)\\
\mathsf{O}(x,y) &\equiv_{def} \exists z[\mathsf{P}(z,x) \wedge \mathsf{P}(z,y)]\\
\mathsf{PO}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{O}(x,y) \wedge \neg\mathsf{P}(x,y) \wedge \neg\mathsf{P}(y,x)\\
\mathsf{DR}(x,y) &\equiv_{def} \neg\mathsf{O}(x,y)\\
\mathsf{EC}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{C}(x,y) \wedge \neg\mathsf{O}(x,y)\\
\mathsf{TPP}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{PP}(x,y) \wedge \exists z[\mathsf{EC}(z,x) \wedge \mathsf{EC}(z,y)]\\
\mathsf{NTPP}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{PP}(x,y) \wedge \neg\exists z[\mathsf{EC}(z,x) \wedge \mathsf{EC}(z,y)]\\
\mathsf{P}^{-1}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{P}(y,x)\\
\mathsf{PP}^{-1}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{PP}(y,x)\\
\mathsf{TPP}^{-1}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{TPP}(y,x)\\
\mathsf{NTPP}^{-1}(x,y) &\equiv_{def} \mathsf{NTPP}(y,x)
\end{aligned}
$$

C: connects
DC: disconnects
P: is part of
PP: is proper part of
EQ: is equal to
O: overlaps
PO: partially overlaps
DR: discrete from
EC: externally connected
TPP: tangential proper part
NTPP: non-tangential ...



关于三段论：演绎

- p: 所有的人都会死
- q: 苏格拉底是人
- r: 苏格拉底会死

$$\{\forall x(M(x)\to D(x)), M(\text{苏格拉底})\}\mapsto D(\text{苏格拉底})$$

$$1)\{\forall x(M(x)\to D(x)), M(\text{苏格拉底})\}\mapsto \forall x(M(x)\to D(x))$$

$$2)\{\forall x(M(x)\to D(x)), M(\text{苏格拉底})\}\mapsto M(\text{苏格拉底})\to D(\text{苏格拉底})$$

$$3)\{\forall x(M(x)\to D(x)), M(\text{苏格拉底})\}\mapsto M(\text{苏格拉底})$$

$$4)\{\forall x(M(x)\to D(x)), M(\text{苏格拉底})\}\mapsto D(\text{苏格拉底})$$