

离散数学2016秋季

课堂讨论-1222

陈斌

北京大学地球与空间科学学院

gischen@pku.edu.cn



第十一周：有限状态机

- 有限状态机：基本定义（状态集，状态转移函数）
- 状态图：节点，边，赋权有向图
- 泵引理：状态有限数量

第十一周：有限状态机

- 机器同余：状态集中的等价关系，并相对状态转移同余
- 商机器：由机器同余构造的状态商集和新状态转移函数
- 商机器的性质：对所有字符串相容的状态，构造的机器同余，与原机器识别相同的语言
- 机器化简：寻找相容同余的迭代算法

第十一周：有限状态机

- 带输出的机器：输出字符集和输出函数
- 用程序实现有限状态机。

第十二周：图灵机与计算理论

- 图灵机（设施，规则）
- 图灵机例子（ $a^m b^m$ ）
 - 图灵机仿真程序
- 图灵机变种（多带图灵机，非确定性图灵机）
- 可计算函数

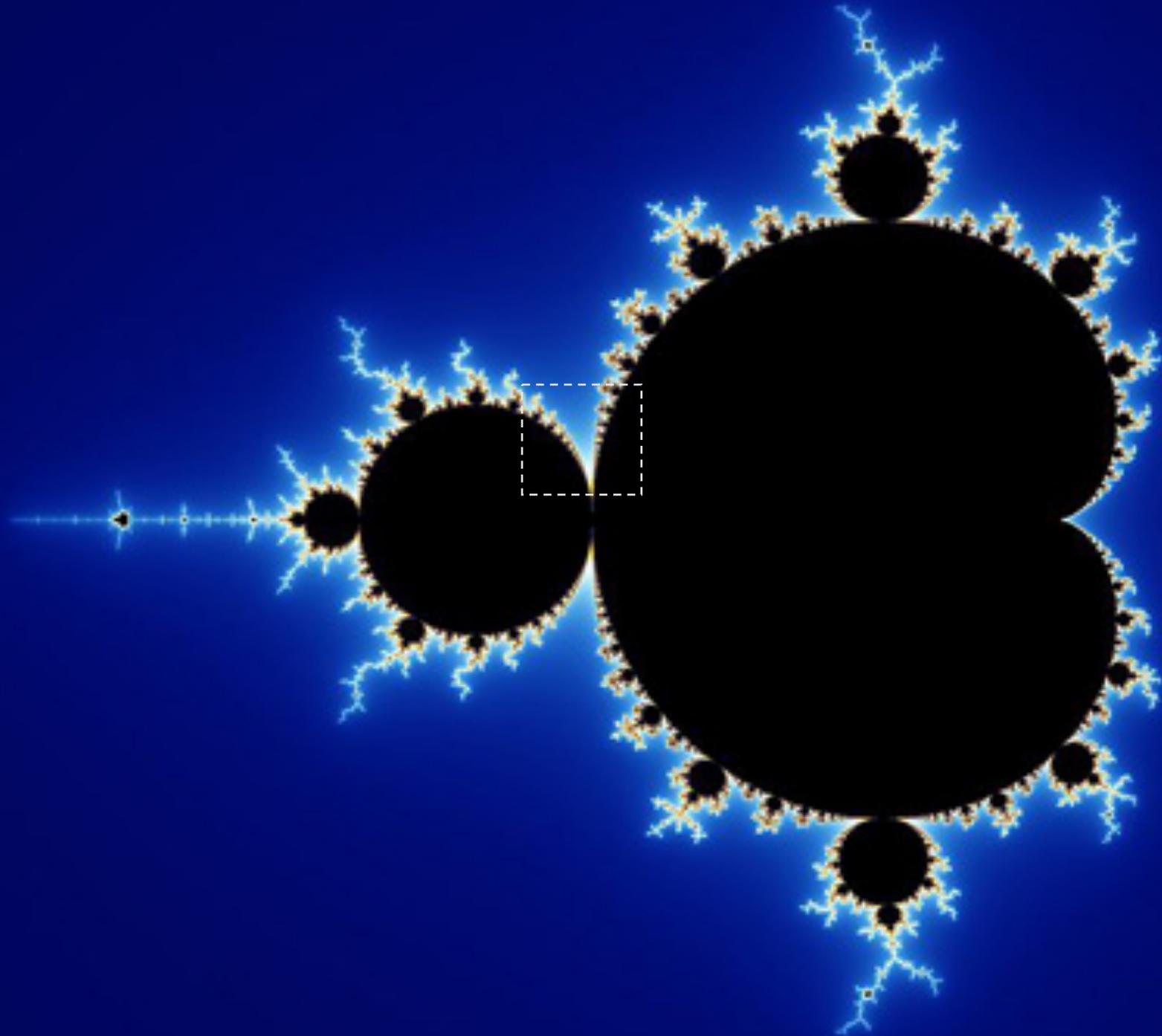
第十二周：图灵机与计算理论

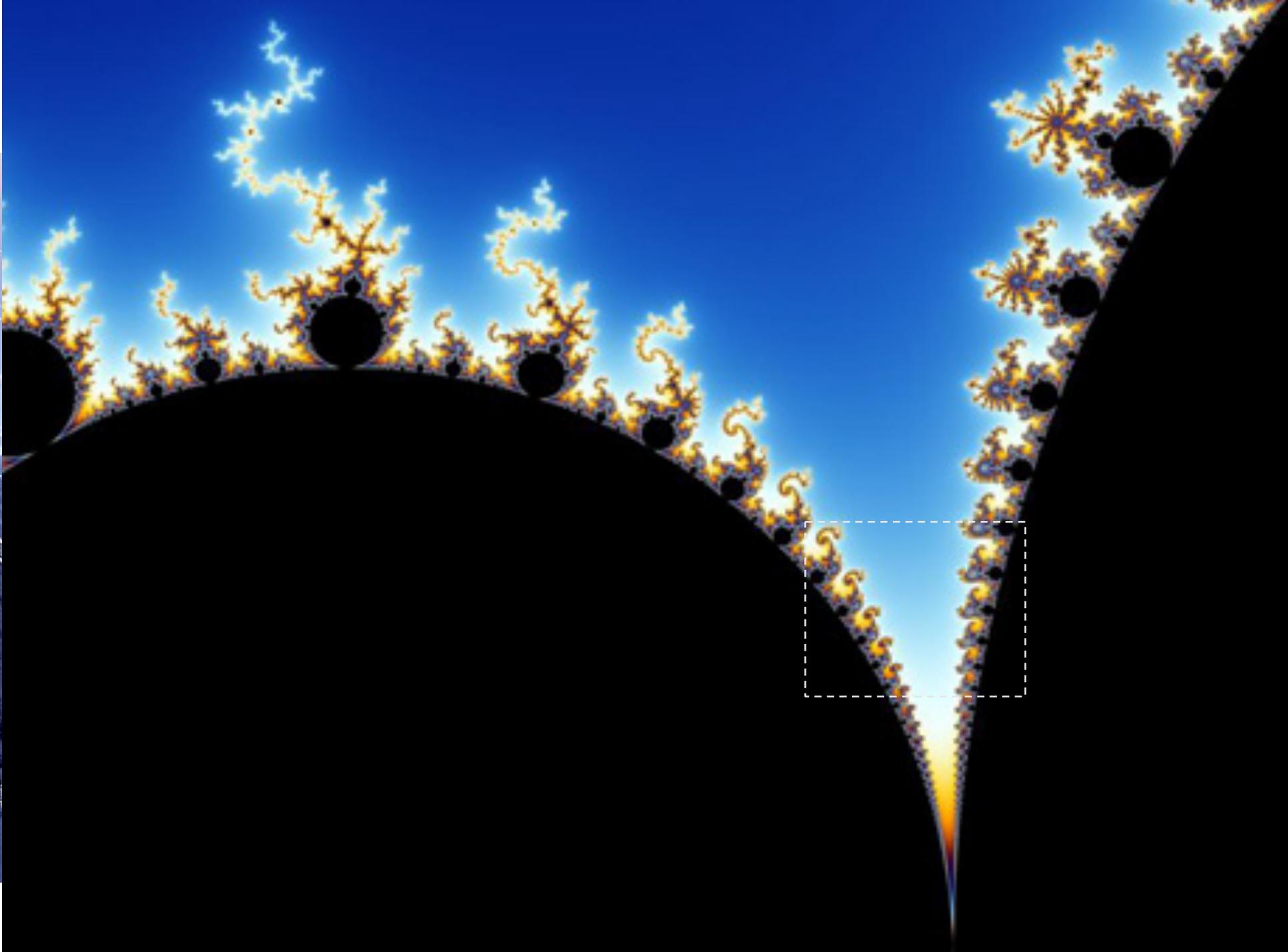
- 识别与判定（语言与补语言，接受与拒绝之间的边界）
 - 前景与背景？
 - 进入分形的世界.....
- 视频
- 曼德布诺特集
 - 每个复数 c 经过反复迭代，看结果：
 - 如果收敛在圆内（接受）
 - 如果发散至无穷（拒绝）
 - 接受与拒绝的边界则是无穷复杂

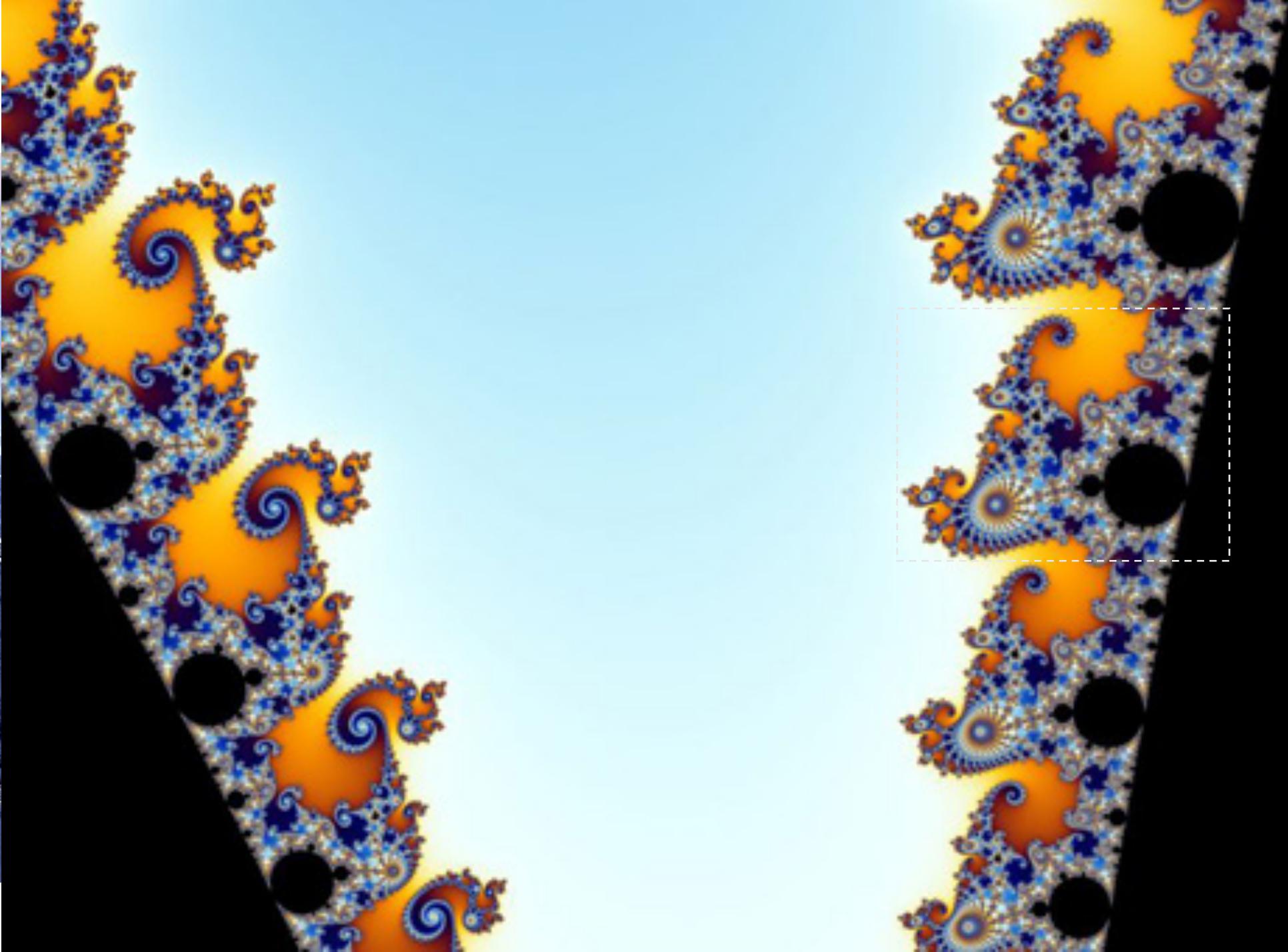
曼德布诺特集：程序非常简单

```
for each c in Complex
  repeats= 0
  z= 0
  do
    z= z^2 + c "迭代"
    repeats= repeats+ 1
  loop until (abs(z)> 2) or (repeats> MaxRepeats)

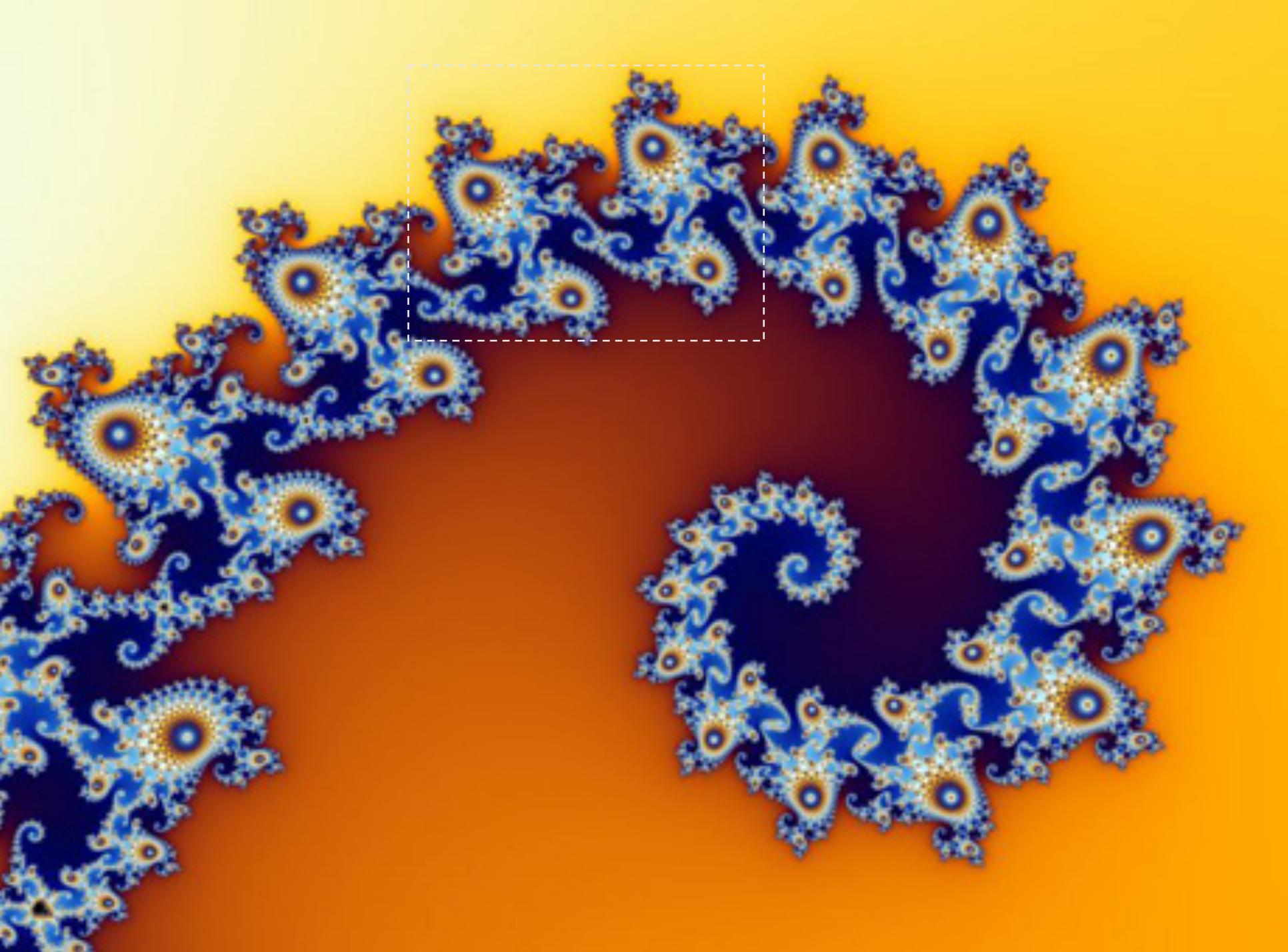
  if repeats> MaxRepeats then
    draw c, Black "多次后仍然未延伸至无穷"
  else
    draw c, color(z, c, repeats)
  end if
end for
```

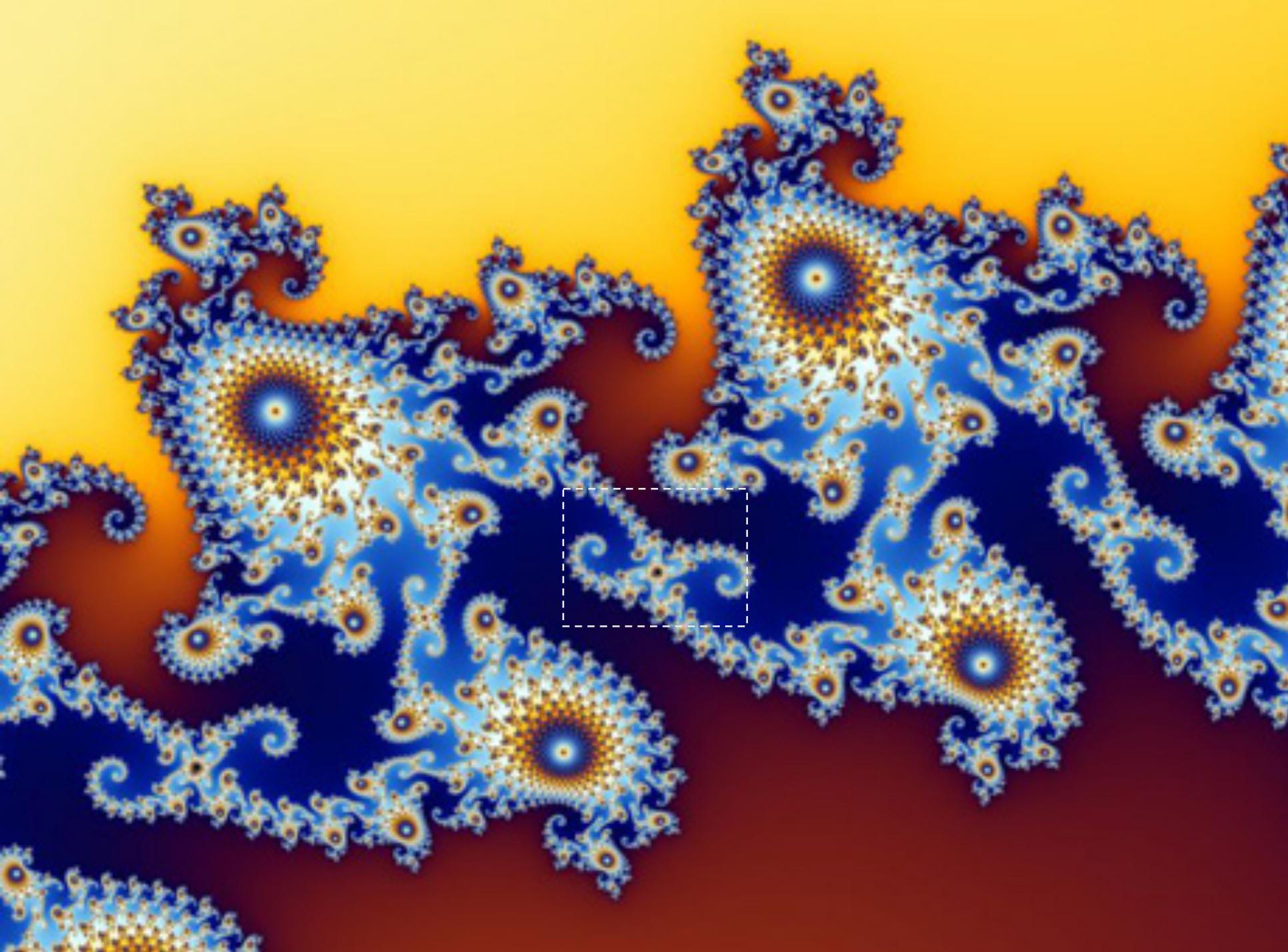


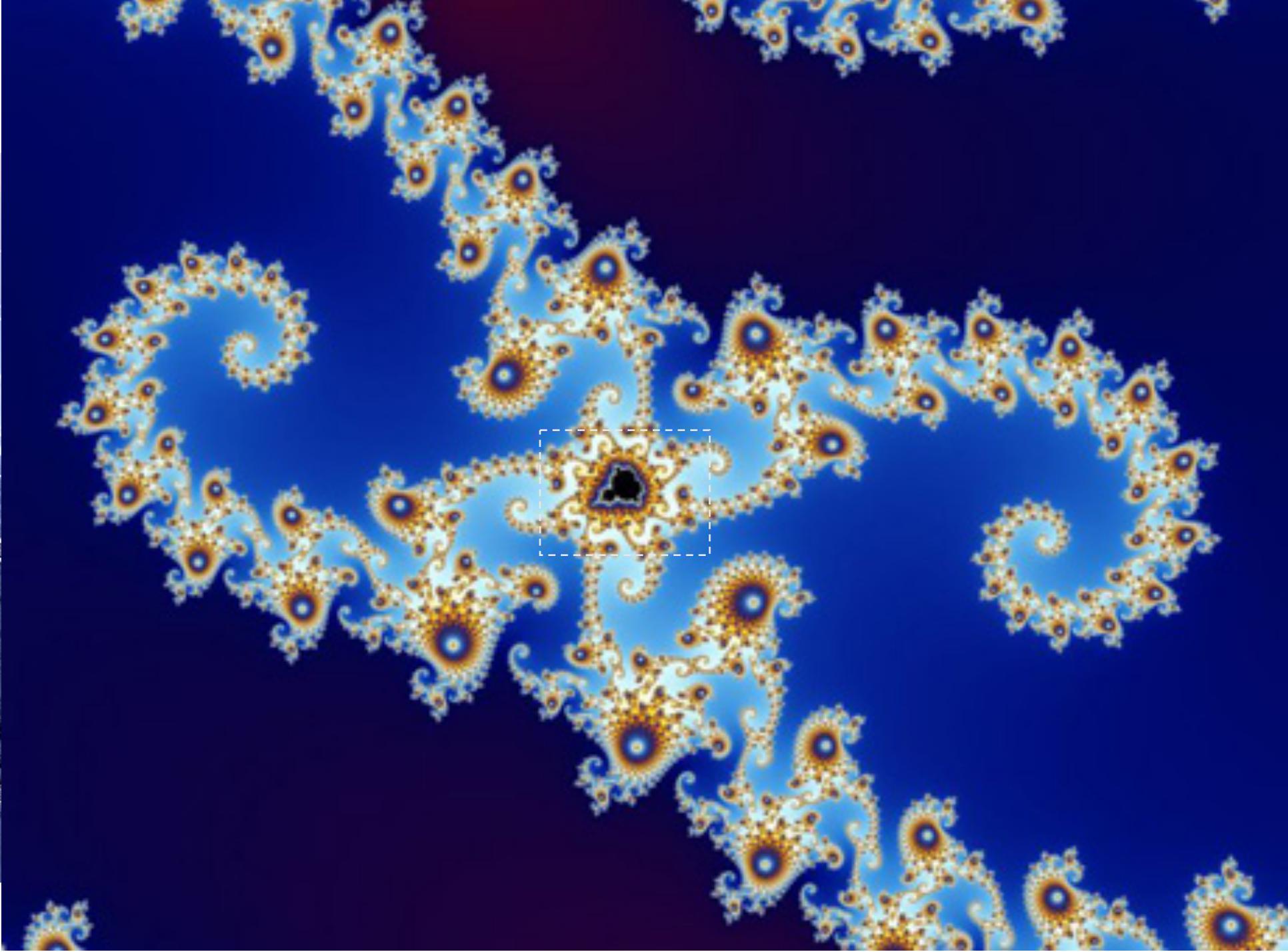


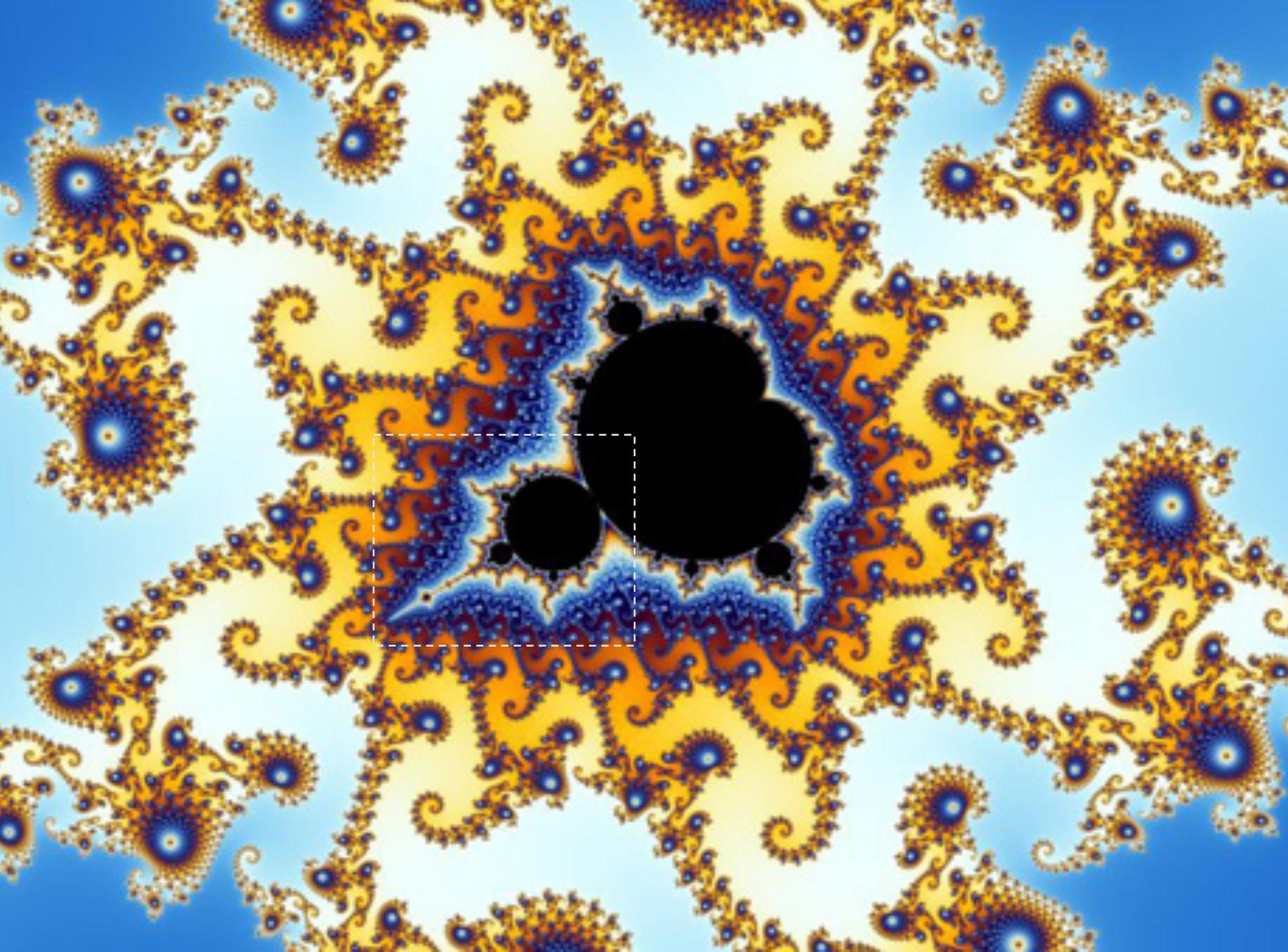


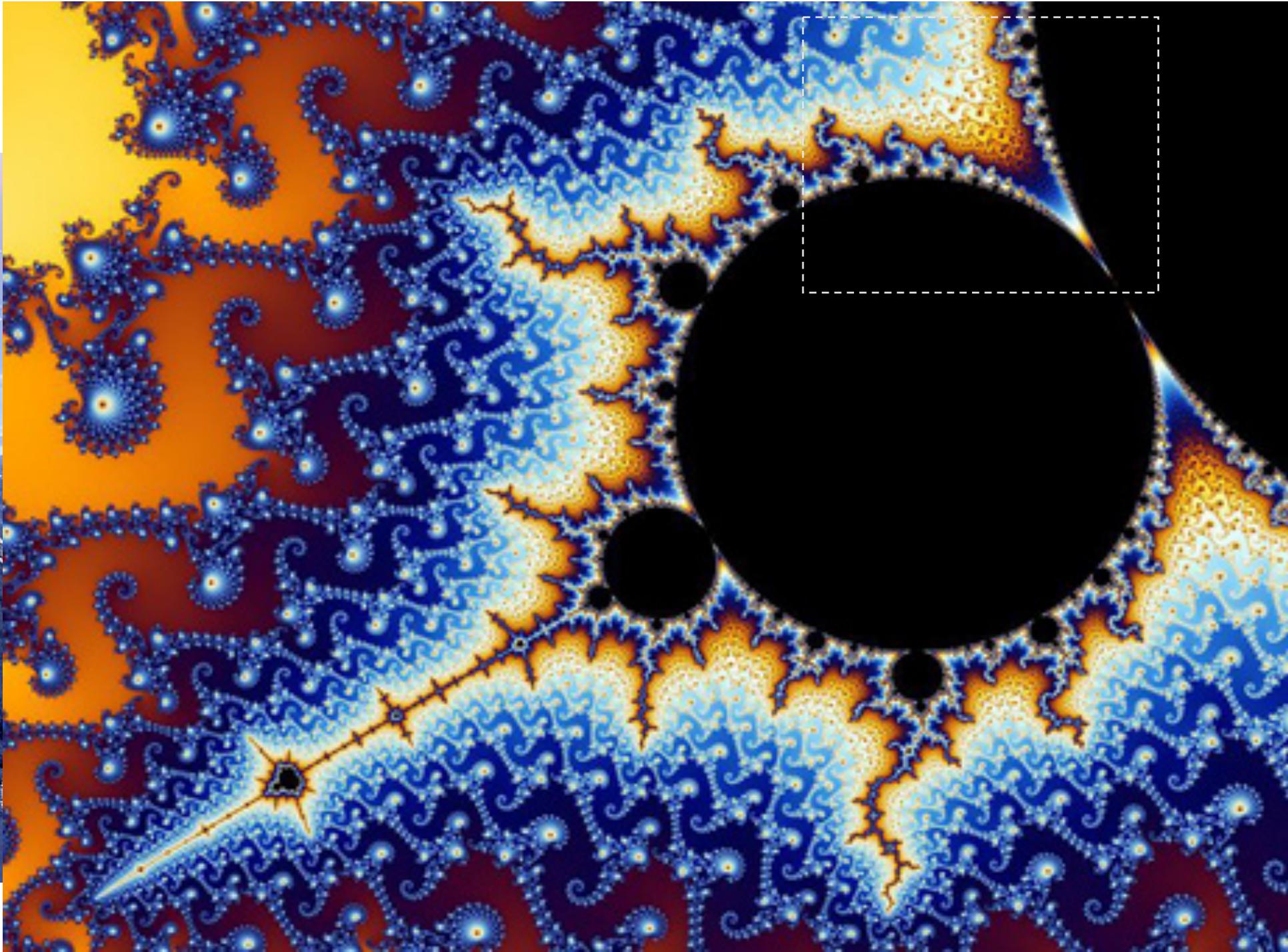


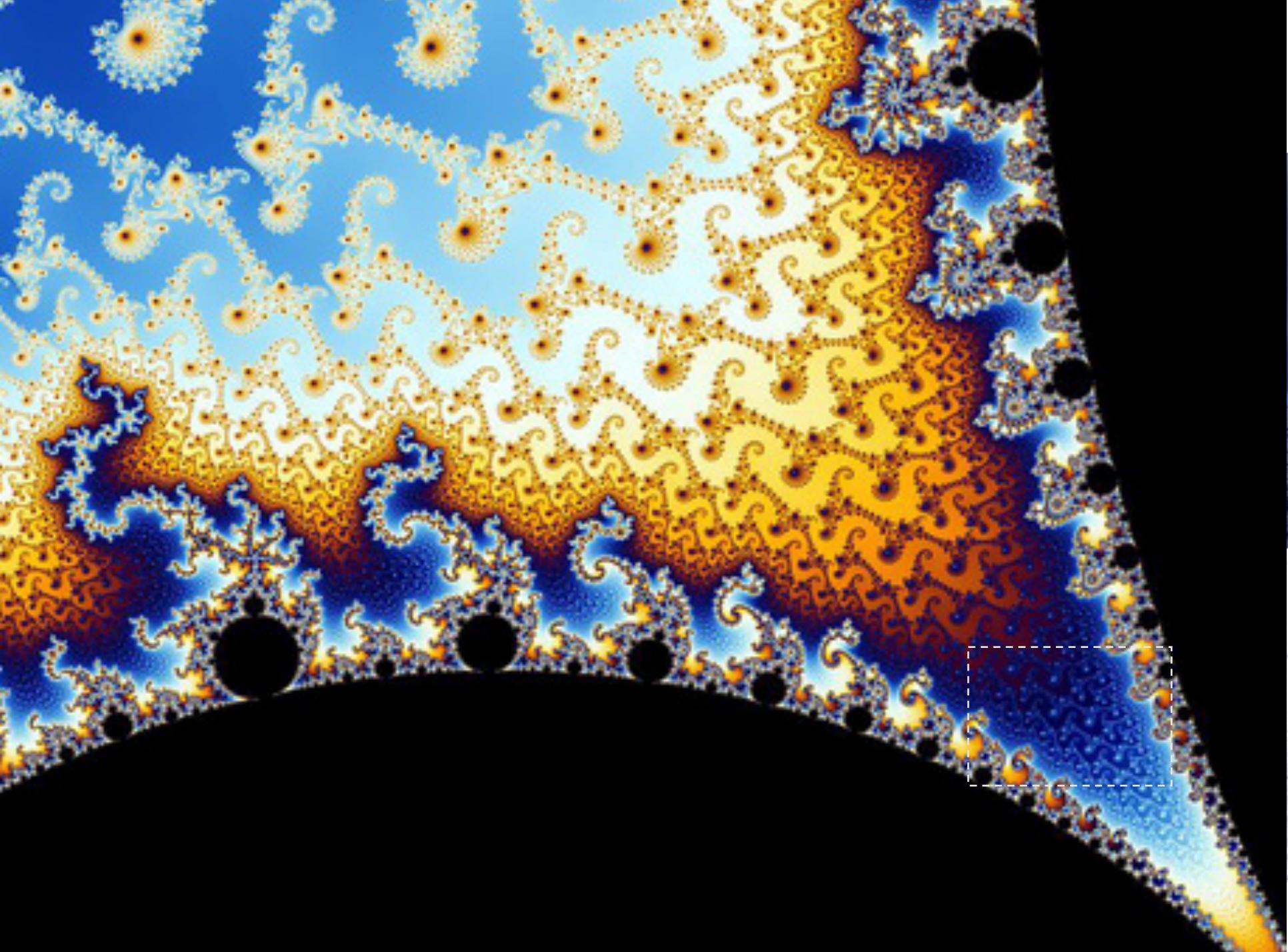


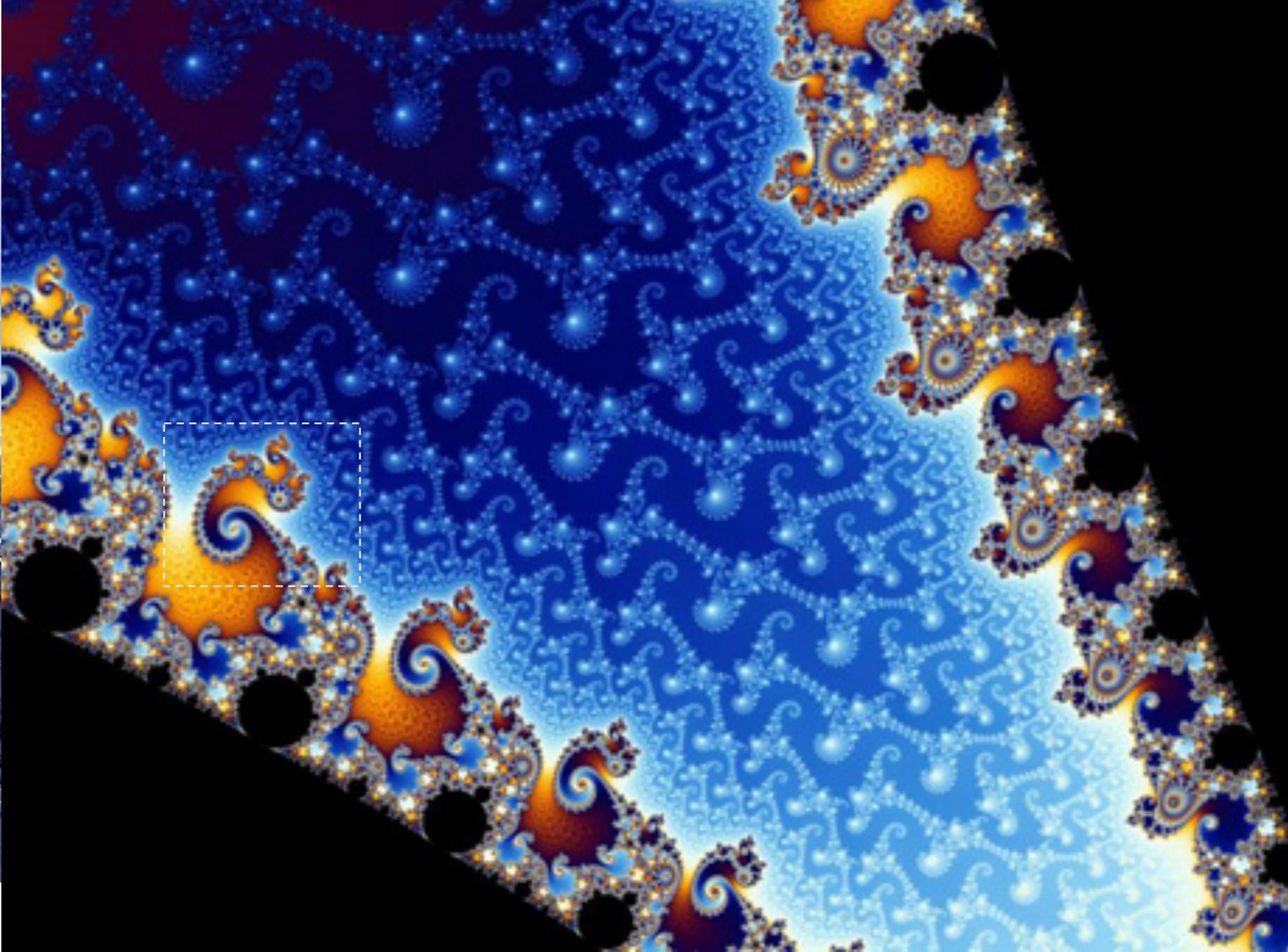


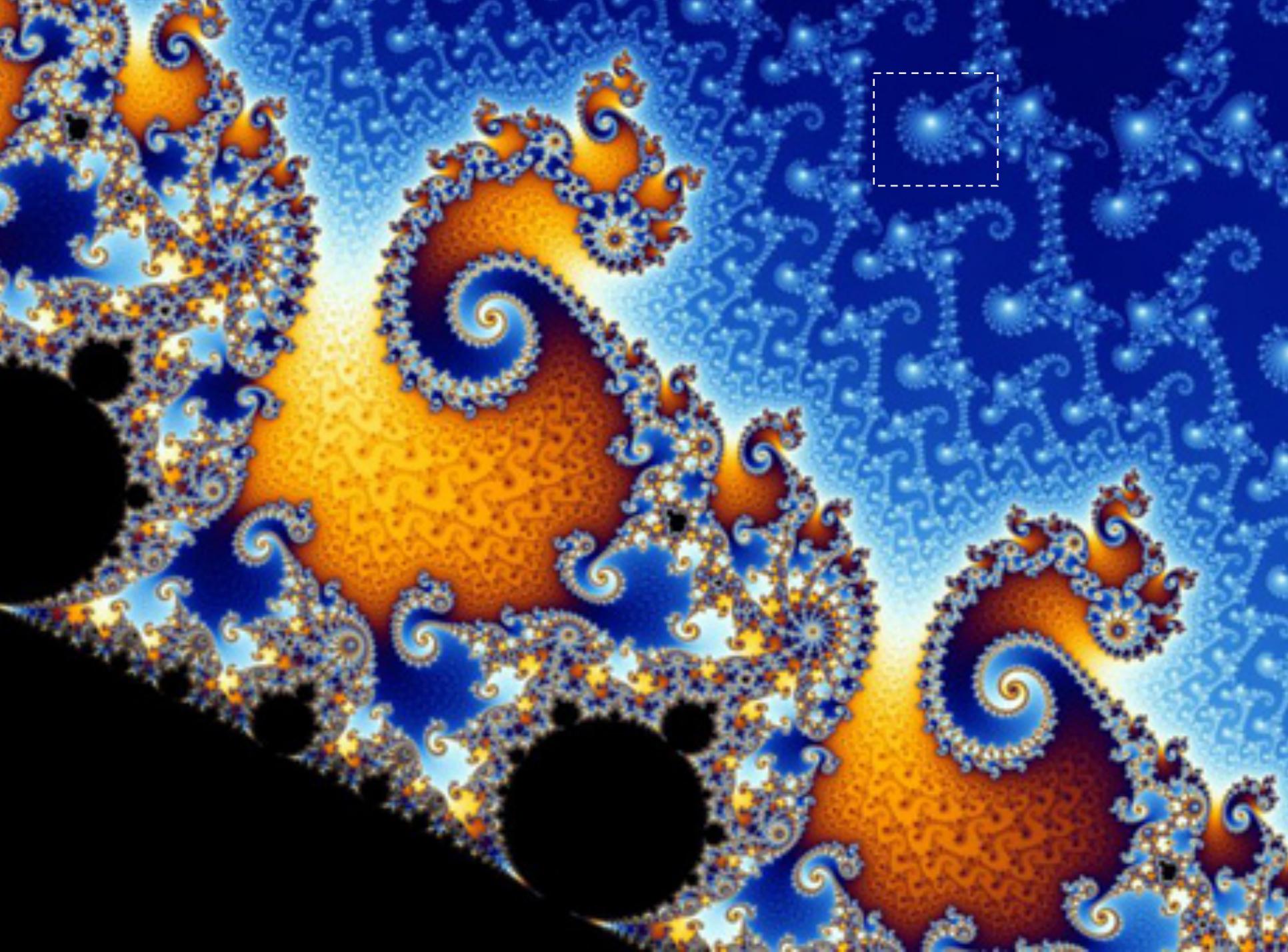


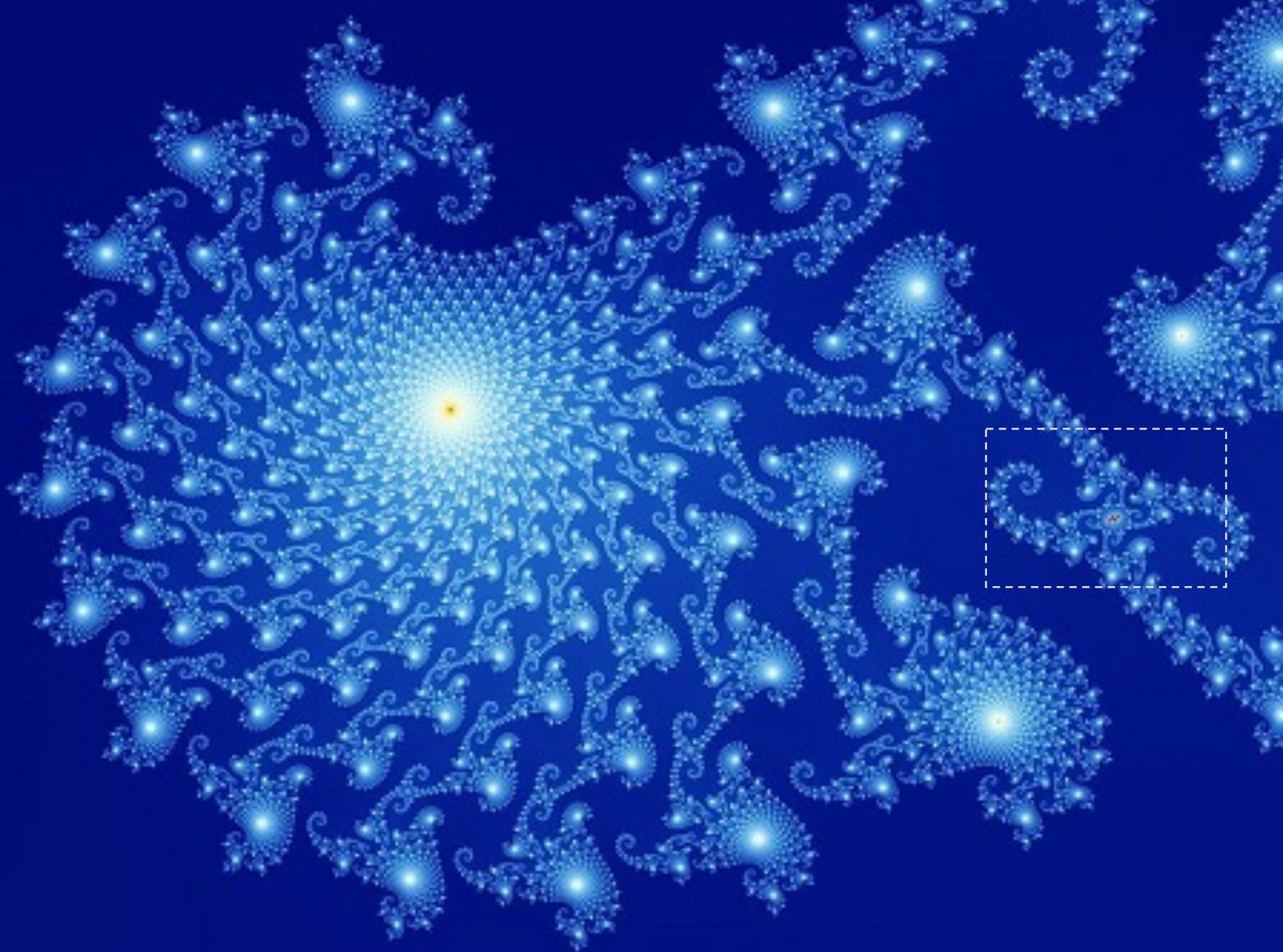




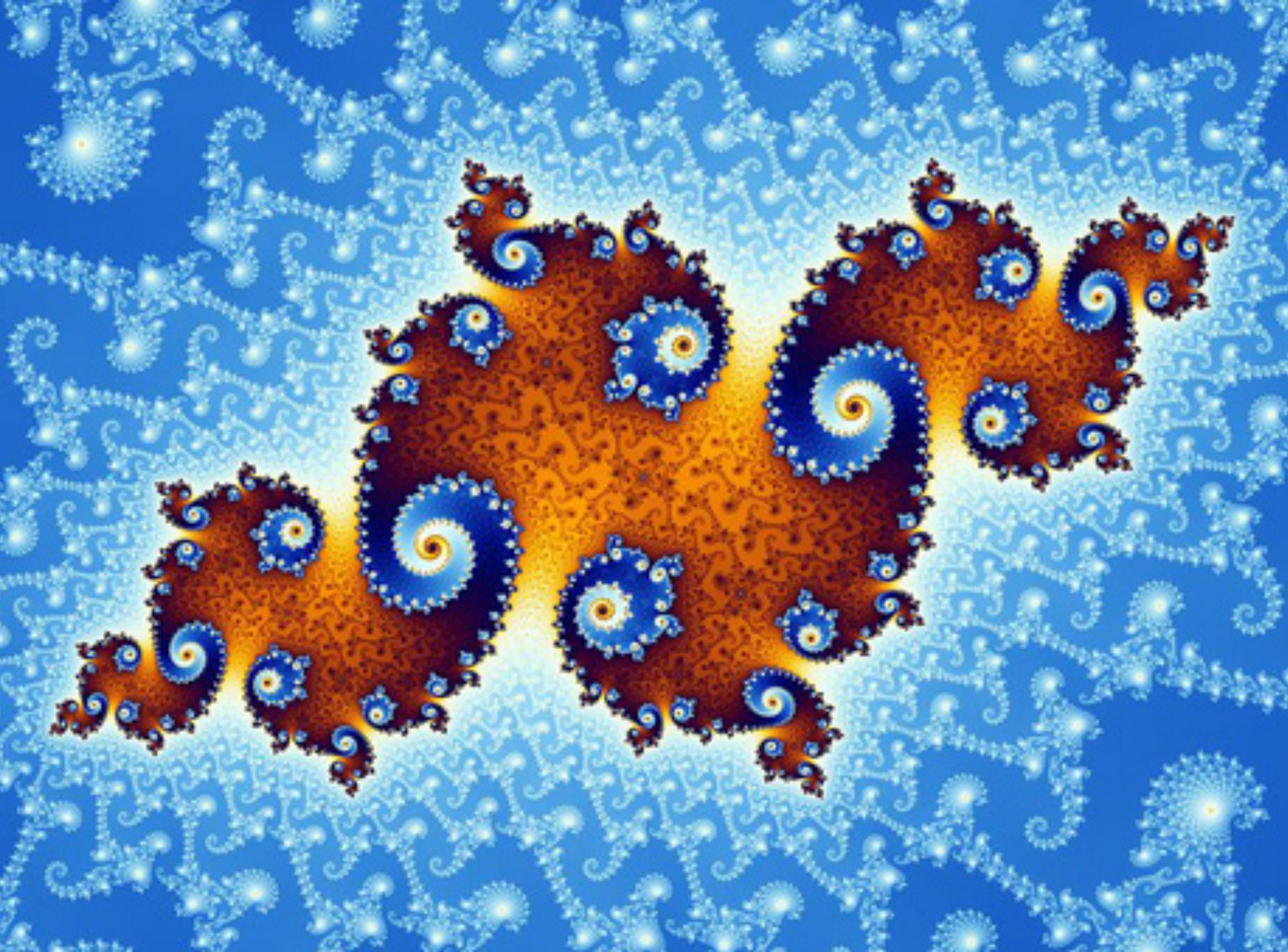












第十二周：图灵机与计算理论

- 哥德尔编码（素数、数论问题与可数集）
 - 回顾MIU系统，变换为310系统（自然数集合），解决了MU是否属于集合的问题
- 通用图灵机（通用计算机）
 - 可以计算其它算法的算法
 - 包括计算自身
- 停机问题（是否存在判定某个算法是否停机的算法）
 - 如果存在此算法，哥德巴赫猜想的证明易如反掌。

第十二周：图灵机与计算理论

- 不可计算数 (uncomputable number)
 - 一个确定的数，但没有任何算法能计算其值
 - 首先，这是一个无理数，
 - 其次，有些无理数是可计算数，如Pi、e
 - 如Chaitin常数（指定的编程语言中任意一段代码运行后最终会停止下来的概率）是不可计算数
 - 不可计算数远多于可计算数

$$\pi = \frac{1}{2^6} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{10n}} \left(-\frac{2^5}{4n+1} - \frac{1}{4n+3} + \frac{2^8}{10n+1} - \frac{2^6}{10n+3} - \frac{2^2}{10n+5} - \frac{2^2}{10n+7} + \frac{1}{10n+9} \right)$$

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

第十二周：图灵机与计算理论

- 哥德尔不完备定理（逻辑的自指）
- 不可判定问题
- 层次缠绕，自相似
- 回到.....自组织现象

2016年12月27日



Merry Christmas