

离散数学

06 / 特殊关系和函数

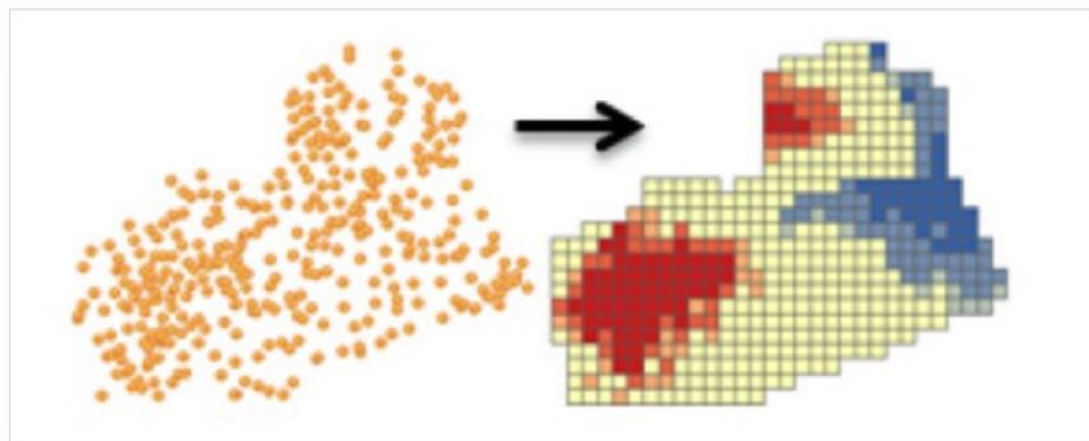
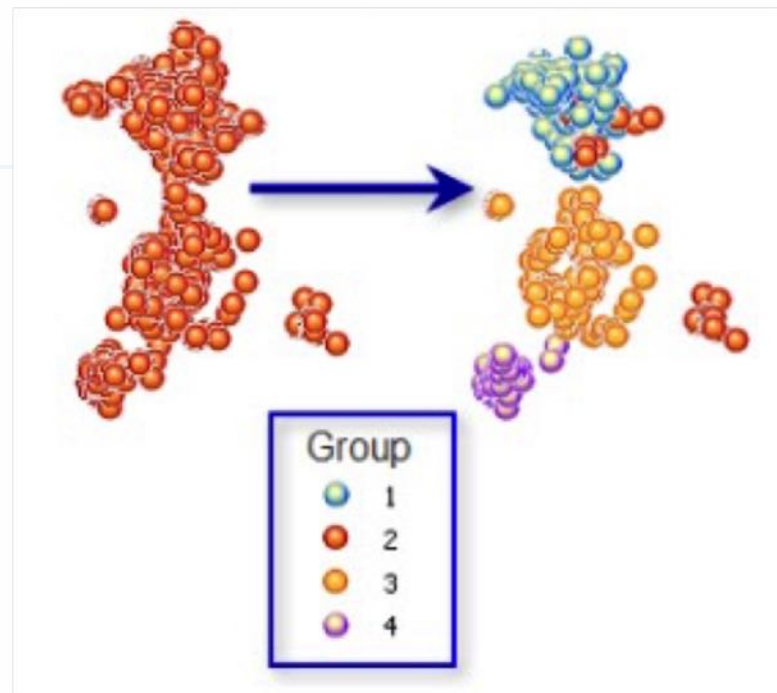
陈斌 gischen@pku.edu.cn 北京大学地球与空间科学学院

第六周内容

- › 等价关系
- › 等价关系与划分
- › 划分之间的关系（细于）
- › 划分运算（积划分、和划分、与等价关系运算的对应）
- › 序关系
- › 序关系中的特殊元素（最大最小，极大极小，上下界，上下确界）
- › 函数概念和函数合成
- › 特殊函数类（单射、满射、双射、逆函数）

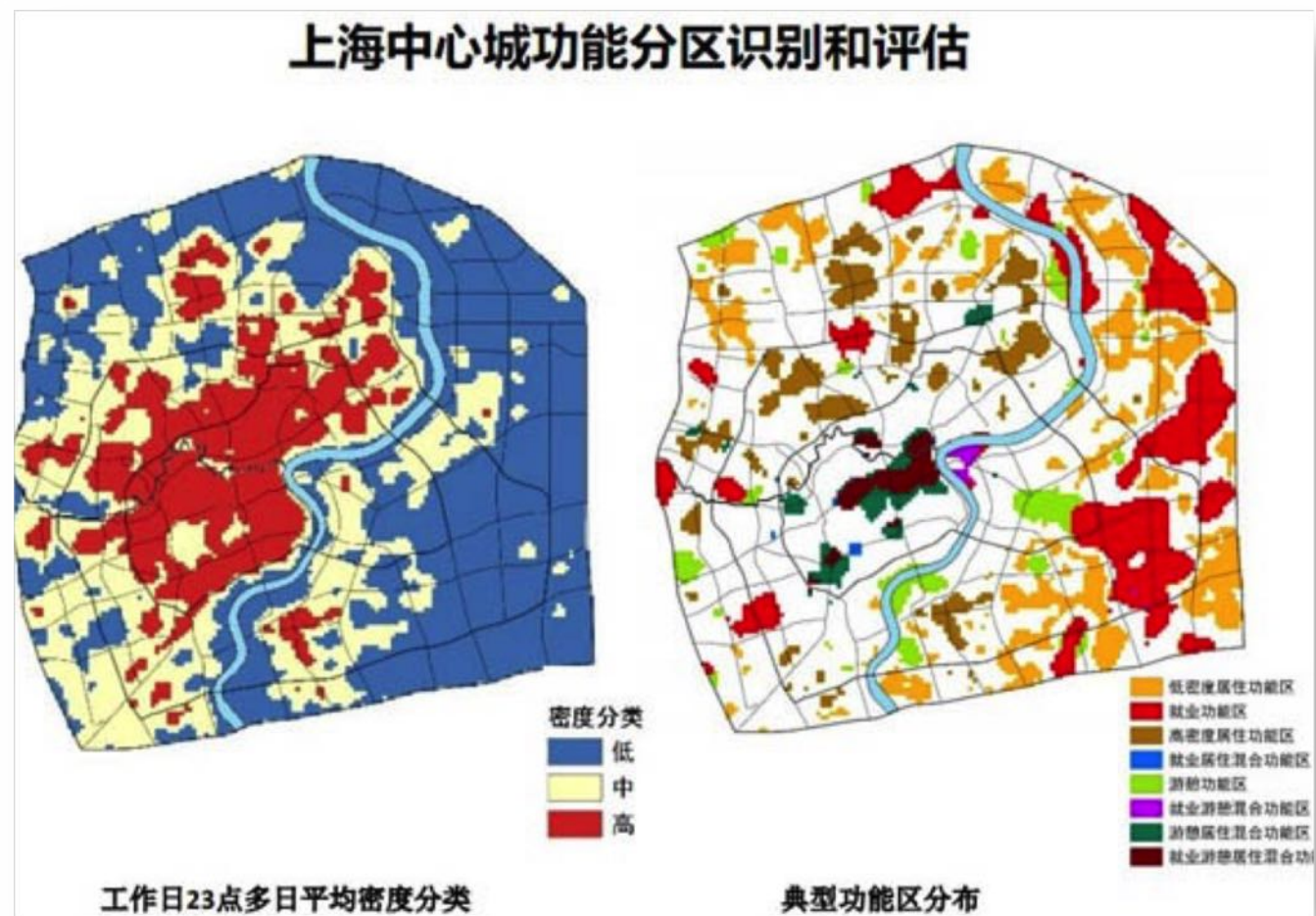
等价关系：空间聚类分析

- › 地理空间中的数据点
- › 通过距离接近原则进行聚合，并划分空间
- › 反映空间的不同性质分区
- › 空间统计：聚类分布
- › <http://blog.csdn.net/kikitamoon/article/details/44178843>

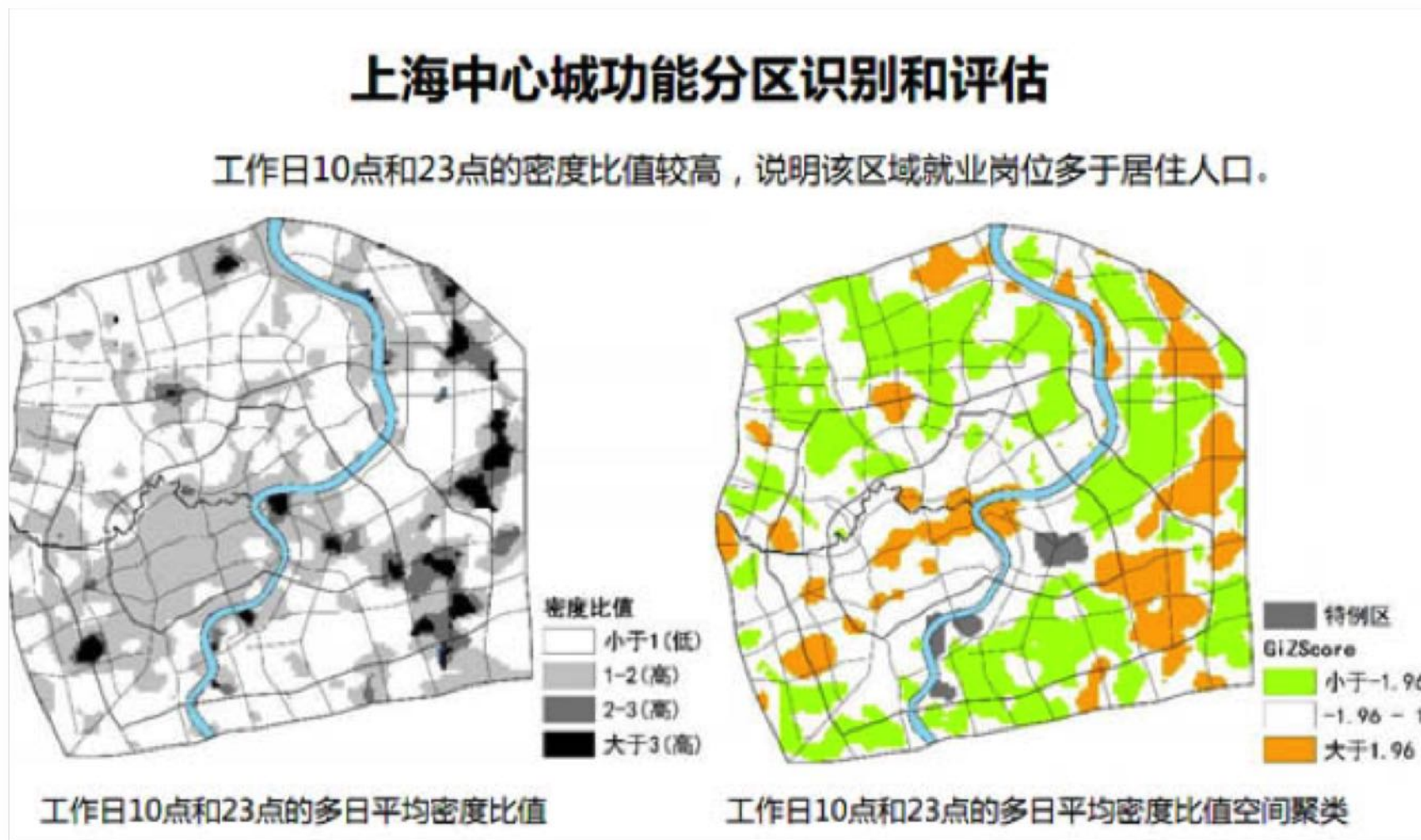


用手机大数据看上海城市空间结构

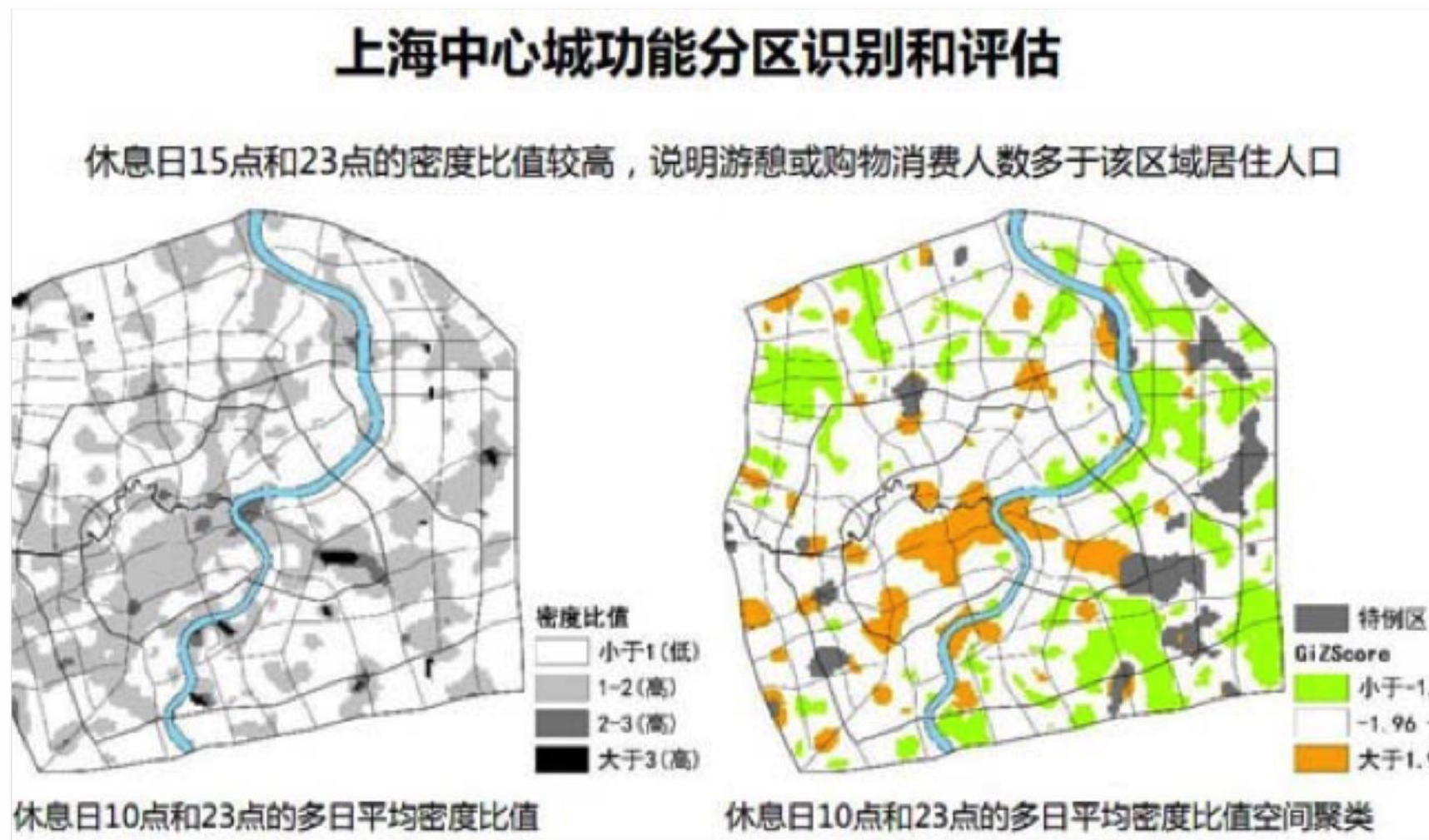
http://www.thepaper.cn/newsDetail_forward_1295987



用手机大数据看上海城市空间结构

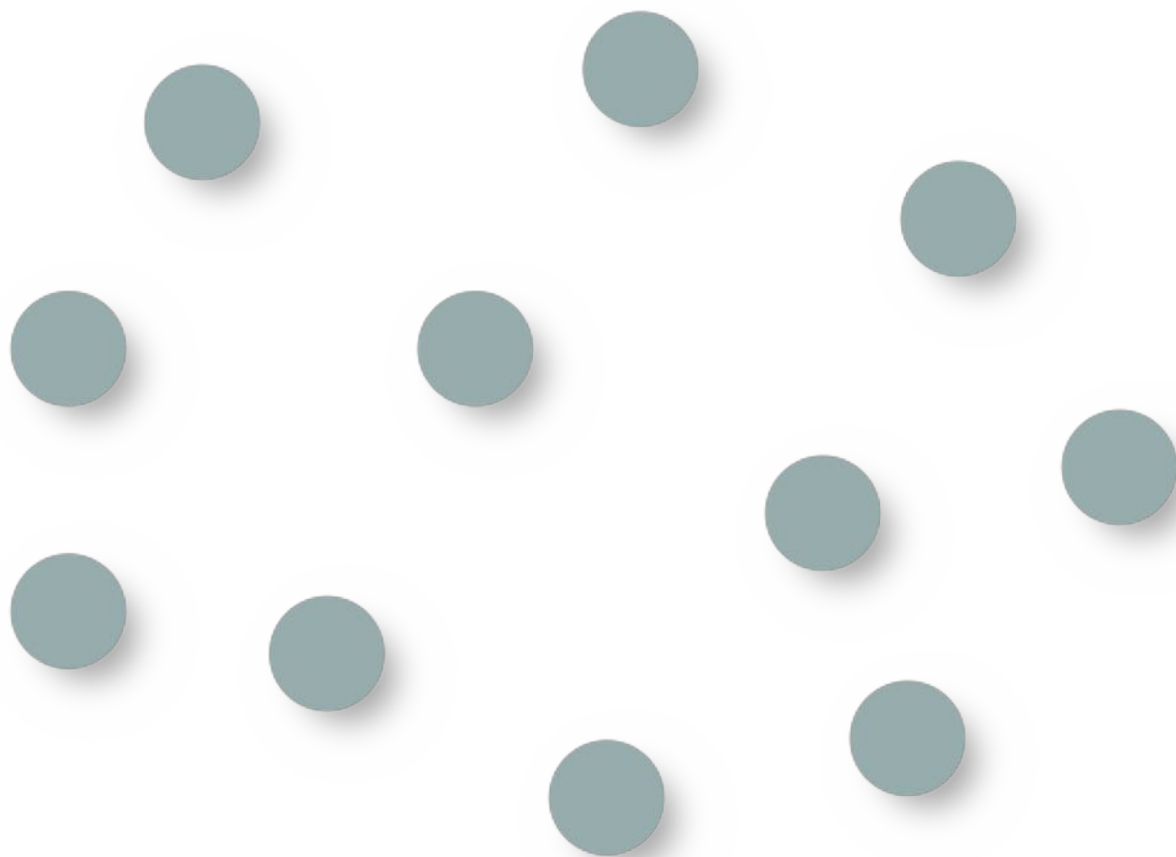


用手机大数据看上海城市空间结构



关于等价关系的关系图简化画法？

›以哈斯图为例进行简化



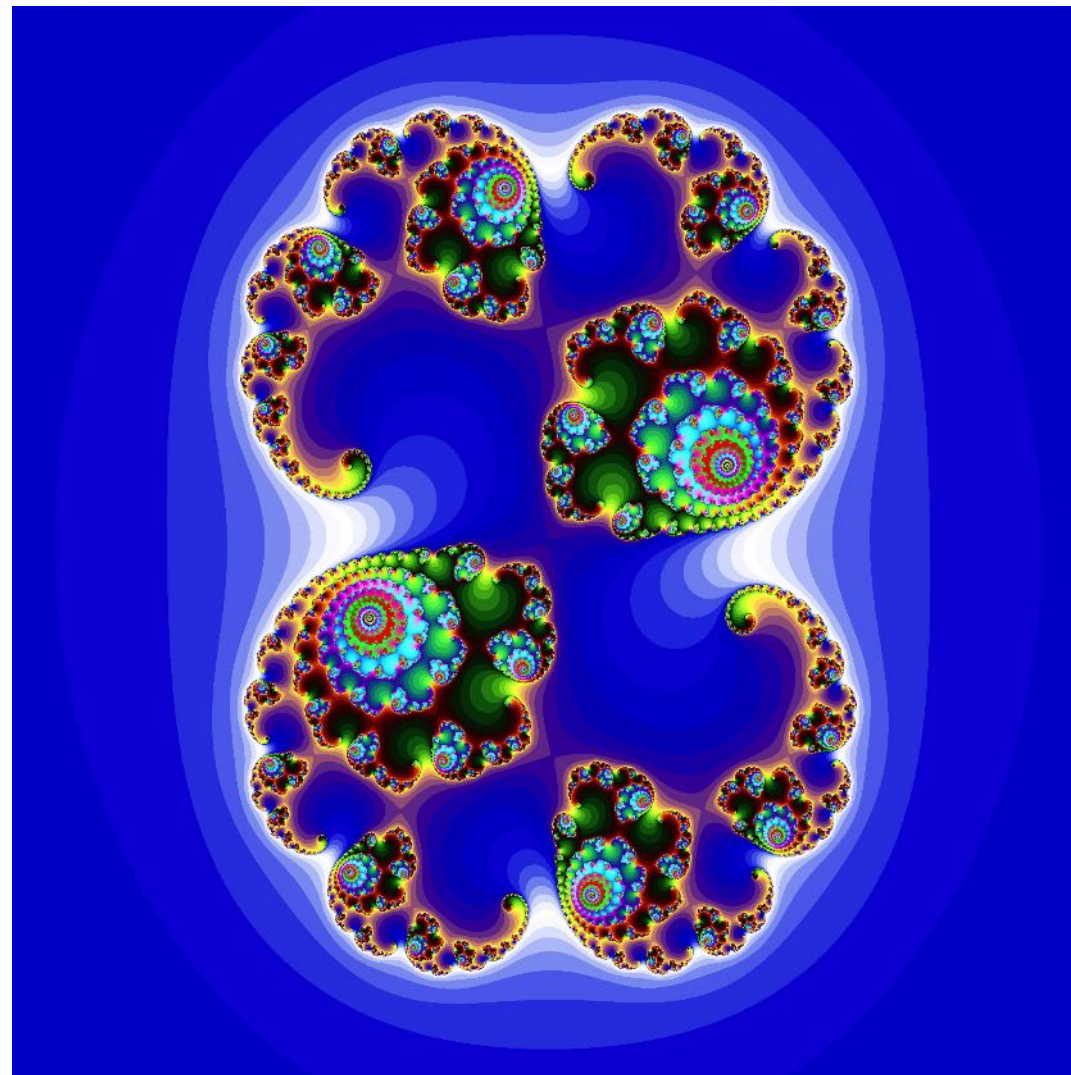
上下界和上下确界

- › 实数理论中的确界定理刻画了实数的连续性
- › 定理：任何有上界(下界)的非空实数集必存在上确界(下确界)。
- › $(0,1)$, $[0,1)$, $[0, 1]$, $(0, 1]$ 的上确界是？, 下确界是？
- › 但有理数不满足此定理
- › 如：所有小于根号2的有理数，具有上界2，但不存在上确界，因为根号2不是有理数

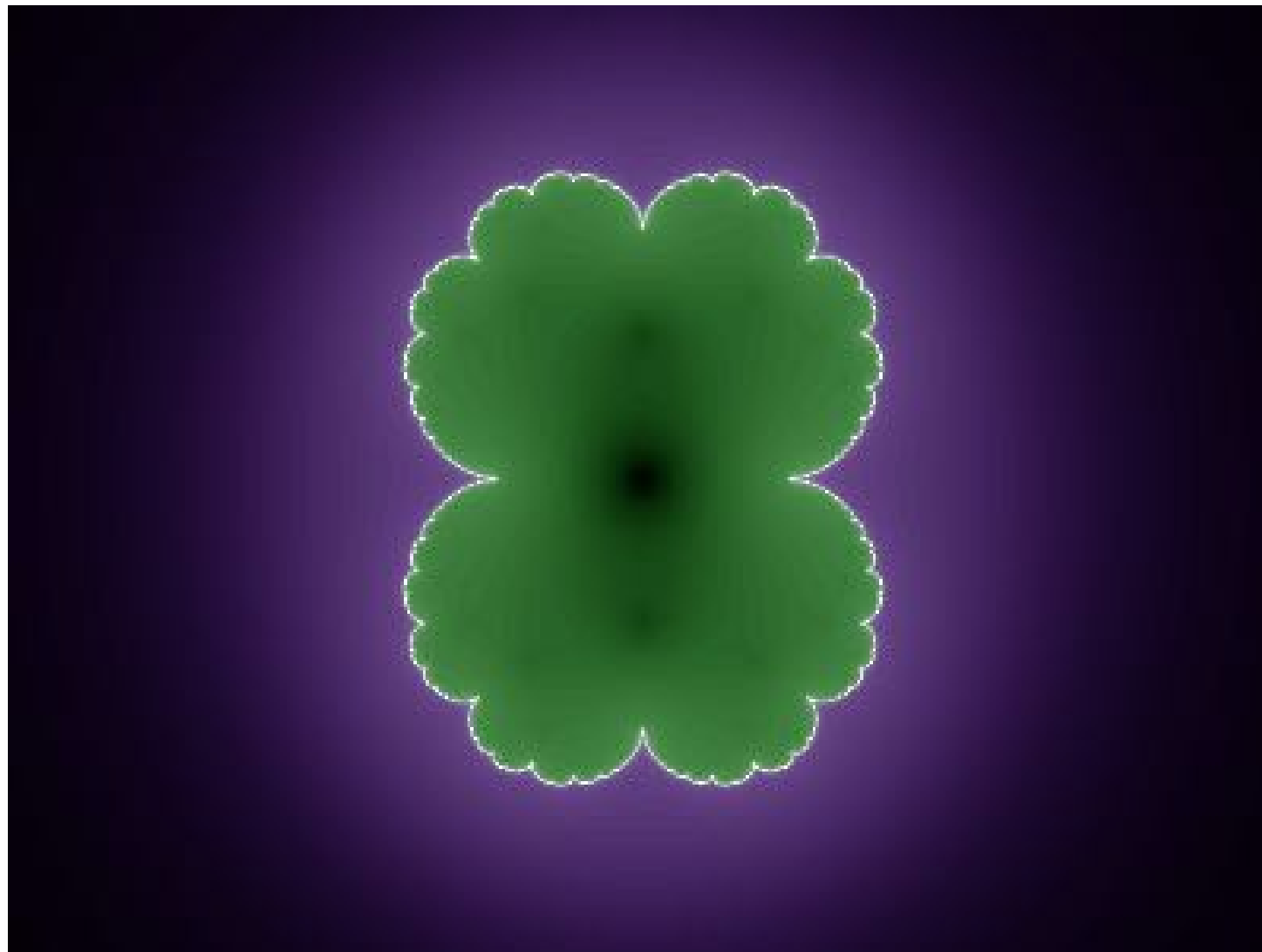
一个神奇的极简函数： $f_c(z) = z^2 + c, z \in \mathbb{C}$

- › Julia set朱利亚集
- › 对于固定的复数 c ，取遍所有复数 z_0 ，计算序列：
 $z_0, f_c(z_0), f_c(f_c(z_0)), f_c(f_c(f_c(z_0))), \dots$
- › 这个序列可能**发散**于无穷大，也可能**不发散**，始终存在于某个范围值之内。
- › 我们把所有不发散的复数 z_0 ，构成一个集合，就称为Julia set（颜色定义）

右图 $c=0.285+0.01i$



不同c值的Julia set



Mandelbrot set

- › 同样的函数
- › 取遍所有复数 c ，从 $z=0$ 开始对 $f_c(z)$ 进行迭代：
 $0, f_c(0), f_c(f_c(0)), f_c(f_c(f_c(0))), \dots$
- › 有的 c 会使数列的绝对值（模）发散到无穷大，也有的可以收敛到有限的区域内。
- › 曼德博集合 M 就是所有的不会使序列发散的复数 c

