

离散数学

07 / 图的应用

陈斌 gischen@pku.edu.cn 北京大学地球与空间科学学院

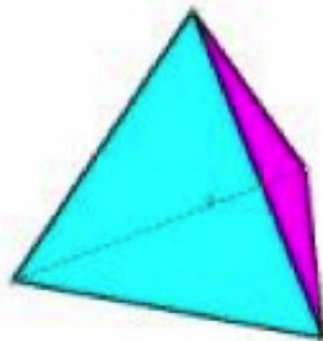
第七周内容

- › 图的定义
- › 图的基本概念（重图、简单图、完全图、赋权图）
- › 度和正则图（度及其性质，正则图）
- › 子图与同构图
- › 路径与连通性（无向图和有向图的连通概念）
- › 欧拉图与哈密顿图

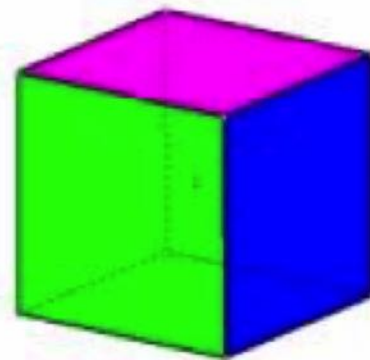
图与多面体欧拉公式

› 面、边、顶点

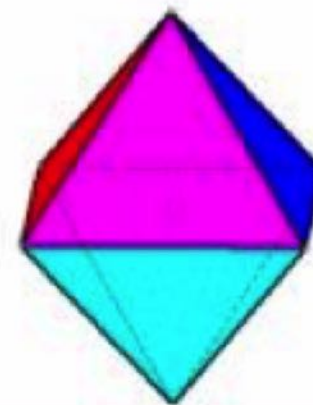
› $F - E + V = 2$



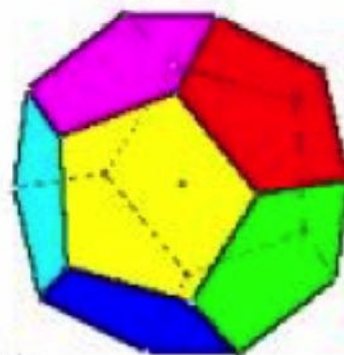
正四面體



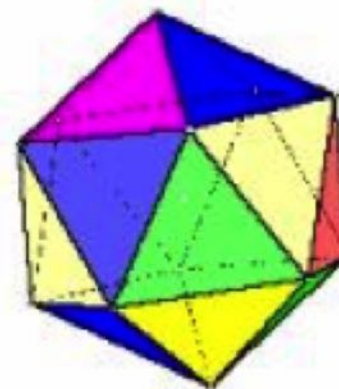
正六面體



正八面體



正十二面體



正二十面體

欧拉公式证明

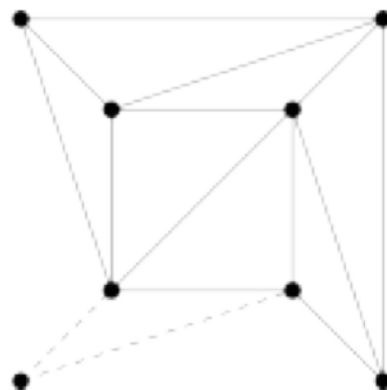
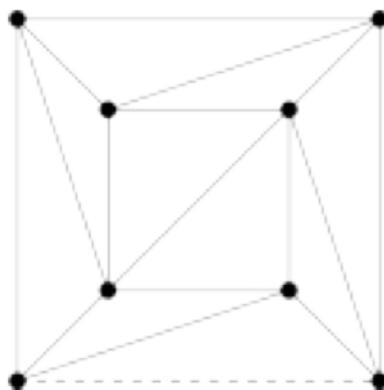
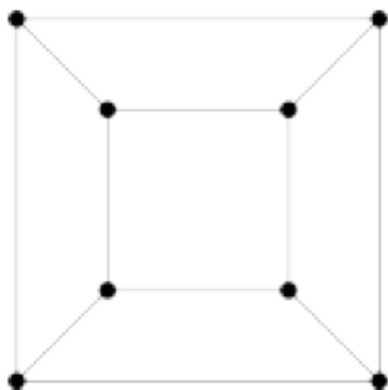
- › 重复一系列可以简化网络却不改变其欧拉数的额外变换。

若有一个多边形面有3条边以上，我们划一个对角线，这样增加一条边 E 和一个面 F 。继续增加边直到所有面都是三角形。

除掉只有一条边和外部相邻的三角形。这把边 E 和面 F 的个数各减一而保持顶点数不变。

逐个除去所有和网络外部共享两条边的三角形。这会减少一个顶点 V 、两条边 E 和一个面 F 。

- › 重复使用第2步和第3步直到只剩一个三角形。对于一个三角形 $F=2$ (把外部数在内) $E=3$, $V=3$ 。所以 $F-E+V=2$ 。证毕。



关系数据库中图的查询语言

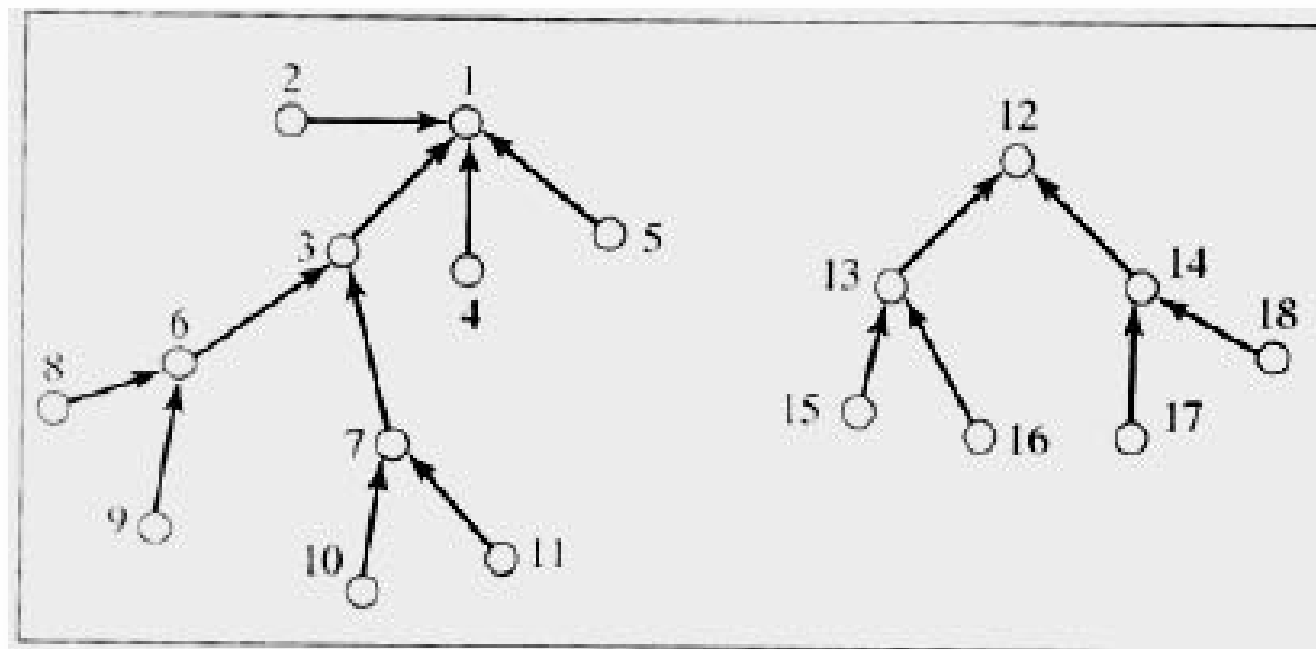
› 用关系表示有向（无回路）图

关系表：FallsInto(source, dest)

元组：每个有序组就是一条有向边

› 下图表示河流的汇入关系FallsInto

节点是河流，边表示汇入关系



查询语句

SQL的Connect子句：沿着边方向搜寻

Prior修饰：沿着边的反方向搜寻

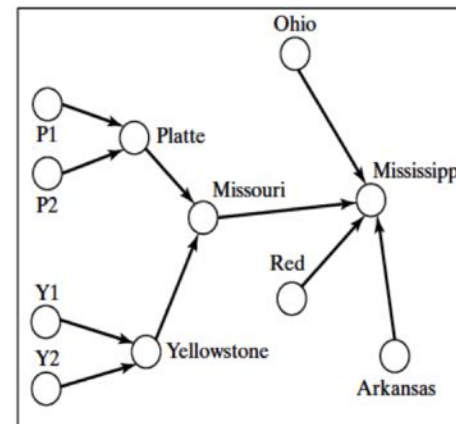
Start with子句：指示搜寻的起点

搜寻1:Mississippi的所有支流

SQL Connect Clause - Example

- SQL experssion on right
- Execution trace of paths
 - starts at vertex 1 (Mississippi)
 - adds children of 1
 - adds children of Missouri
 - adds children of Platte
 - adds children of Yellowstone
- Result has edges
 - from descendants
 - to Mississippi

```
SELECT source
FROM FallsInto
CONNECT BY PRIOR source = dest
START WITH dest = 1
```



(a) Mississippi network (Y1 = Bighorn river, Y2 = Powder river, P1 = Sweet water river, P2 = Big Thompson river).

SOURCE
Ohio
Missouri
Red
Arkansas

(1) First level

SOURCE
Ohio
Missouri
Platte
Yellowstone
Red
Arkansas

(2) Second level

SOURCE
Ohio
Missouri
Platte
P1
P2
Yellowstone
Y1
Y2
Red
Arkansas

(3) Final result

(b) The sequence of the CONNECT clause

Fig 6.5

数据结构与算法中的图算法

- › BFS：广度优先搜索；
- › DFS：深度优先搜索；
- › 赋边权图Dijkstra最短路径；
- › 强连通分支；
- › 拓扑排序。

