

离散数学

06 / 关系及函数

陈斌 gischen@pku.edu.cn 北京大学地球与空间科学学院

第五周：关系基本概念

- › 有序组
- › 笛卡尔积
- › 关系定义
- › 关系运算
- › 关系合成运算
- › 关系基本特性
- › 关系基本特性定理



命题演算、集合代数和关系

- › 对象概念
- › 对象相等
- › 对象之间的关系
- › 特殊对象
- › 对象之间的运算
- › 运算性质：交换律、结合律、分配律

第六周内容

- › 等价关系
- › 等价关系与划分
- › 划分之间的关系（细于）
- › 划分运算（积划分、和划分、与等价关系运算的对应）
- › 序关系
- › 序关系中的特殊元素（最大最小，极大极小，上下界，上下确界）
- › 函数概念和函数合成
- › 特殊函数类（单射、满射、双射、逆函数）

课堂练习：序关系

› 课堂作业写成PPT，每页一题

› 提交到课程网站网盘中

文件名样式：1600012183-张三-序关系.pptx

40. 图 10-12 为一有序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图。

(1) 下列命题哪些为真？

aRb , dRa , cRd , cRb , bRe , aRa , eRa ;

(2) 恢复 R 的关系图。

(3) 指出 A 的最大、最小元（如果有的话），极大、极小元。

(4) 求出子集 $B_1 = \{c, d, e\}$, $B_2 = \{b, c, d\}$, $B_3 = \{b, c, d, e\}$ 的上界、下界，上确界、下确界（如果有的话）。

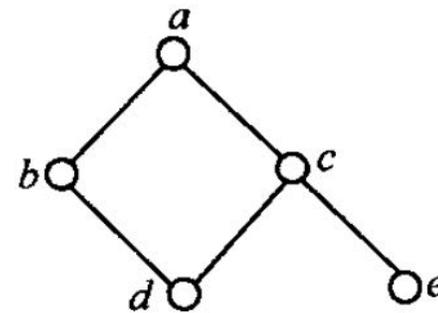


图 10-12

关系数据库：用关系来描述实体和联系

› 实体=属性值的有序集合

具有n个属性的实体用n元有序组描述

所有属性值都相同的实体看作同一个实体

实体的集合可以用关系来表示

- 即所有属性对应的取值域集合 A_1, A_2, \dots, A_n 的笛卡儿积 $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ 的子集

› 例如

实体：〈1001, 张三, 北京〉

实体集合：{〈1001, 张三, 北京〉, 〈1002, 李四, 上海〉}

用关系来描述实体和联系

› **联系 = 实体 + 联系的属性值的有序集合**

用实体的标识属性 (ID) 代表实体

联系也可以用关系来表示

› 例如：

人员-部门联系 <人员ID, 部门ID, 在部门年数>

- {<1001,HR,0.5>, <1002,HR,3>, <1002,MGR,2>}

关系模型：数据结构

- › 单一的数据结构——关系
- › 实体集、联系都表示成关系

DEPT(D# , DN , DEAN)

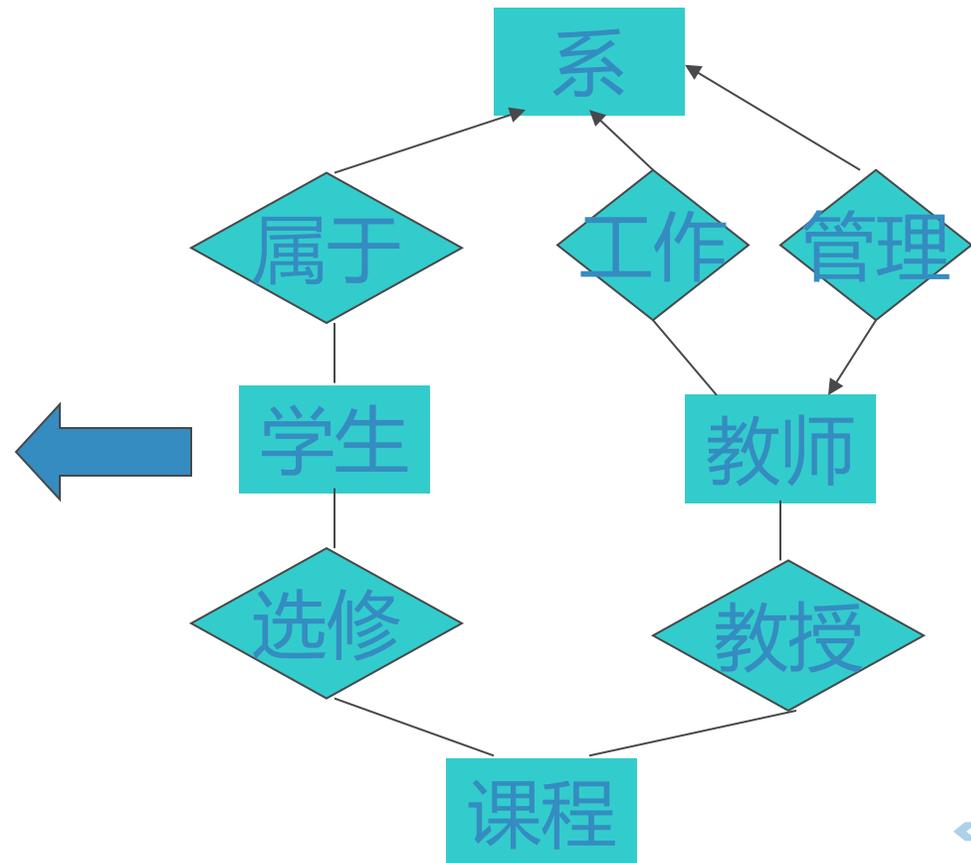
S(S# , SN , SEX , AGE , D#)

C(C# , CN , PC# , CREDIT)

SC(S# , C# , SCORE)

PROF(P# , PN, D# , SAL)

TEACH(P# , C#)



SQL : SELECT查询语句

› select语句基本结构

select A_1, A_2, \dots, A_n -- 查询输出
from r_1, r_2, \dots, r_m -- 查询操作表
where P -- 查询条件

› 与关系代数式的等价性

$$\prod_{A_1, A_2, \dots, A_n} (\sigma_p(r_1 \times r_2 \times \dots \times r_m))$$

› 示例：查询所有学生的姓名

select name from student

SQL : SELECT查询语句

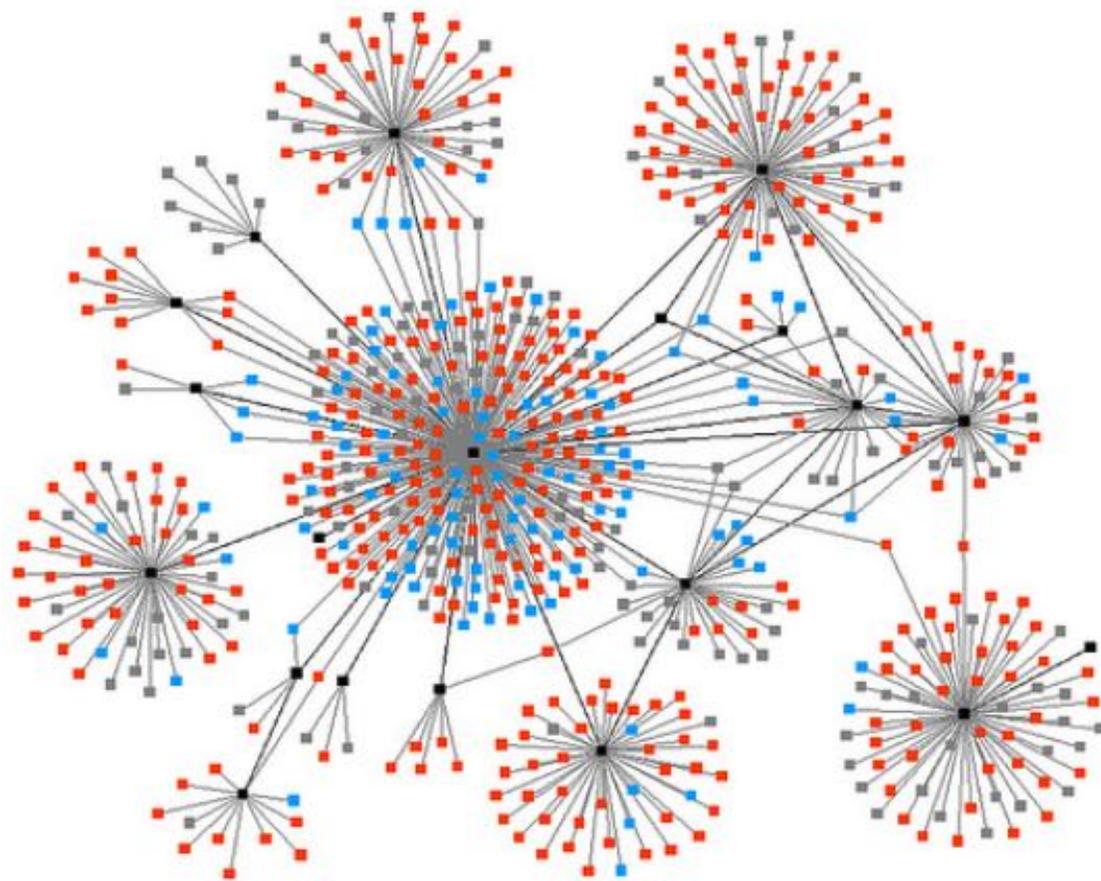
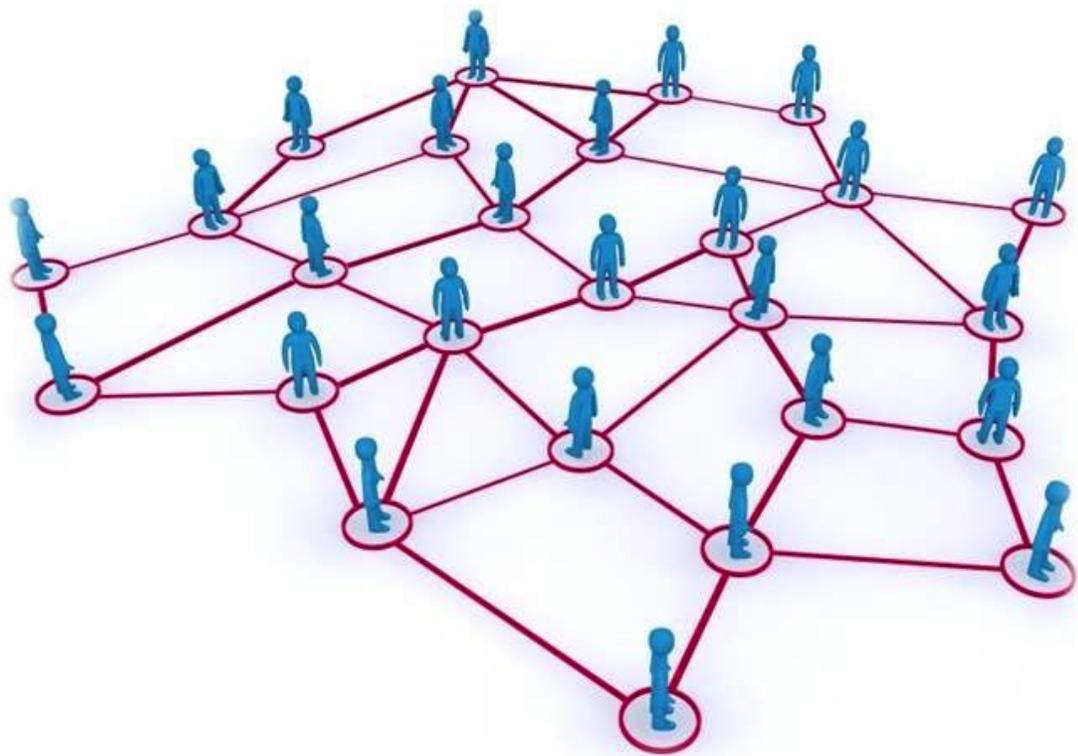
- › 整个select语句的语义：
- › 从from子句中指定的表名或者视图名所建立的连接关系中
- › 按照where子句所指定的逻辑条件选取目标元组
- › 再根据select子句所指定的目标列表表达式，选出目标元组中的属性值形成结果关系输出

社交网络中的关系特性

- › 自反、反自反、对称、反对称、传递
- › 亲戚、朋友、同学、同乡关系
- › 微博关注
- › QQ空间好友动态
- › 微信好友、朋友圈



社交网络关系图



课堂练习：特殊函数类

› 课堂作业写成PPT，每页一题

› 提交到课程网站网盘中

文件名样式：1600012183-张三-特殊函数类.pptx

21. 对下列每对集合 X , Y 构造一个 X 到 Y 的双射函数。

(1) $X = N$, $Y = N - \{0\}$

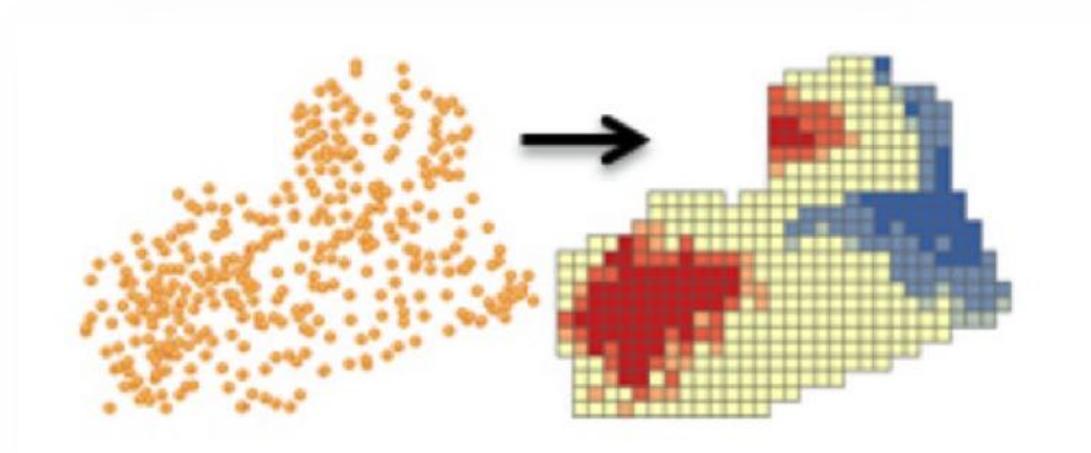
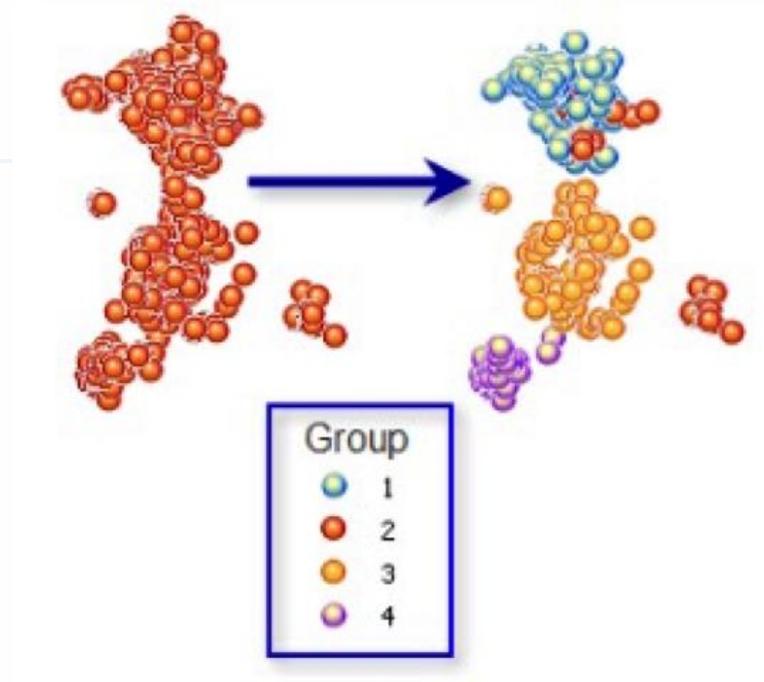
(2) $X = \rho(\{a, b, c\})$, $Y = \{0, 1\}^{\{a, b, c\}}$

(3) $X = R_+$, $Y = R$ (R 为实数集, R_+ 为正实数集)

(4) $X = N$, $Y = I$

等价关系：空间聚类分析

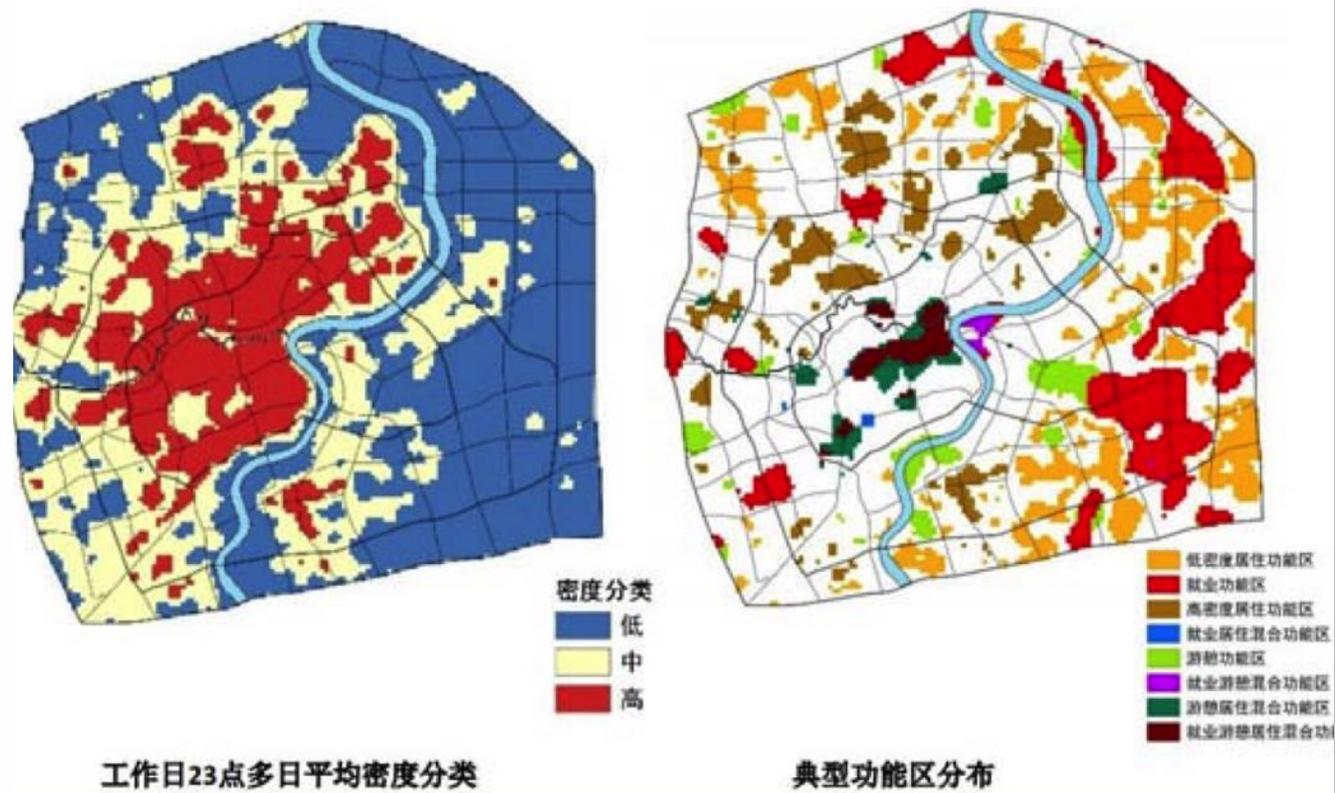
- › 地理空间中的数据点
- › 通过距离接近原则进行聚合，并划分空间
- › 反映空间的不同性质分区
- › 空间统计：聚类分布
- › <http://blog.csdn.net/kikitamoon/article/details/44178843>



用手机大数据看上海城市空间结构

http://www.thepaper.cn/newsDetail_forward_1295987

上海中心城功能分区识别和评估



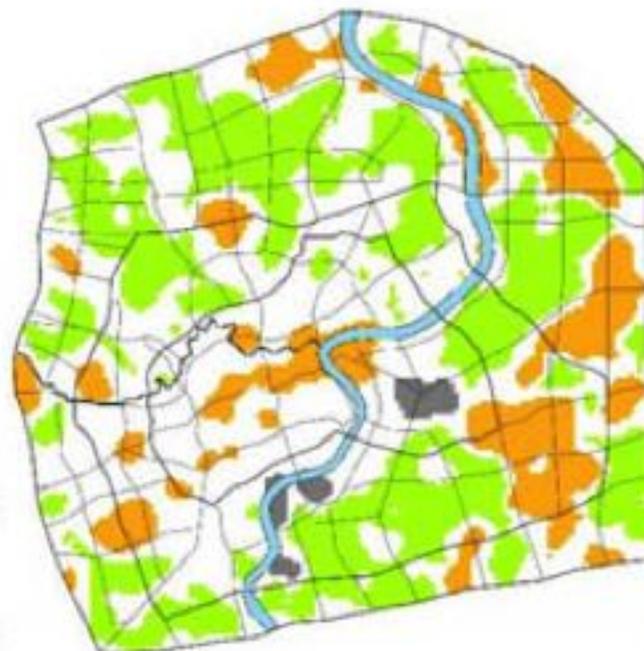
用手机大数据看上海城市空间结构

上海中心城功能分区识别和评估

工作日10点和23点的密度比值较高，说明该区域就业岗位多于居住人口。



工作日10点和23点的多日平均密度比值



工作日10点和23点的多日平均密度比值空间聚类

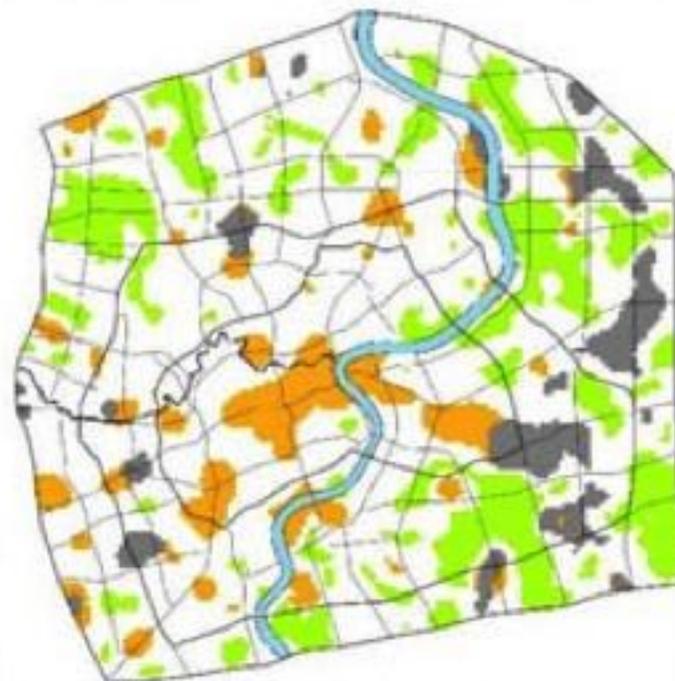
用手机大数据看上海城市空间结构

上海中心城功能分区识别和评估

休息日15点和23点的密度比值较高，说明游憩或购物消费人数多于该区域居住人口



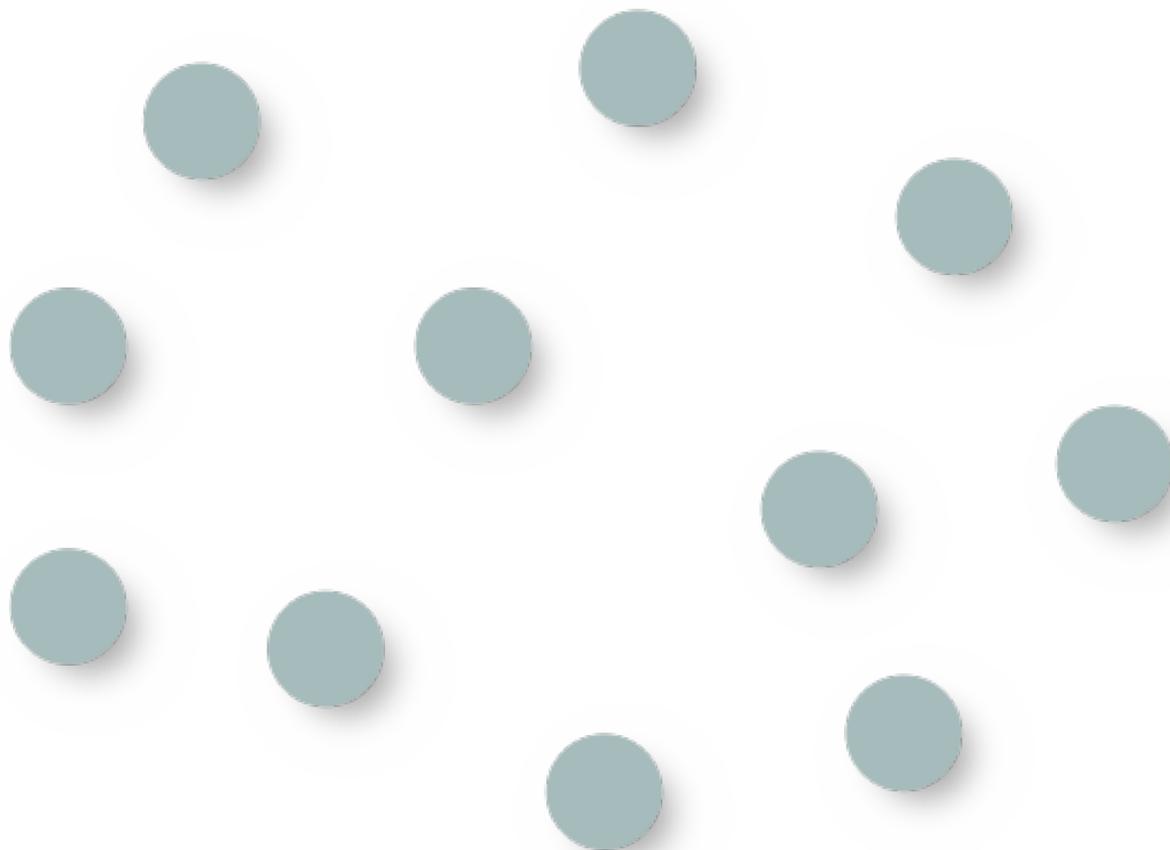
休息日10点和23点的多日平均密度比值



休息日10点和23点的多日平均密度比值空间聚类

关于等价关系的关系图简化画法？

›以哈斯图为例进行简化



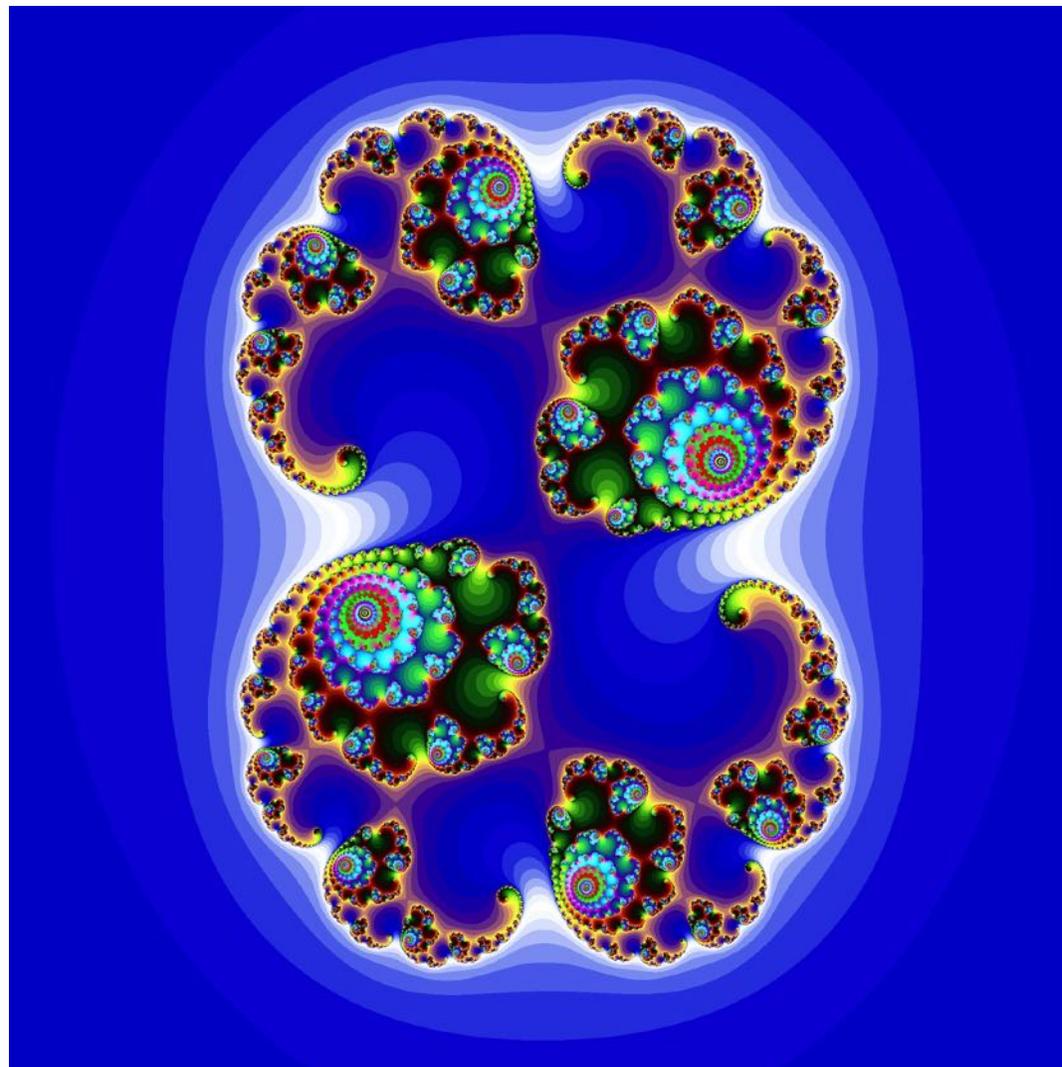
上下界和上下确界

- › 实数理论中的确界定理刻画了实数的连续性
- › 定理：任何有上界(下界)的非空实数集必存在上确界(下确界)。
- › $(0,1)$, $[0,1)$, $[0, 1]$, $(0, 1]$ 的上确界是？, 下确界是？
- › 但有理数不满足此定理
- › 如：所有小于根号2的有理数，具有上界2，但不存在上确界，因为根号2不是有理数

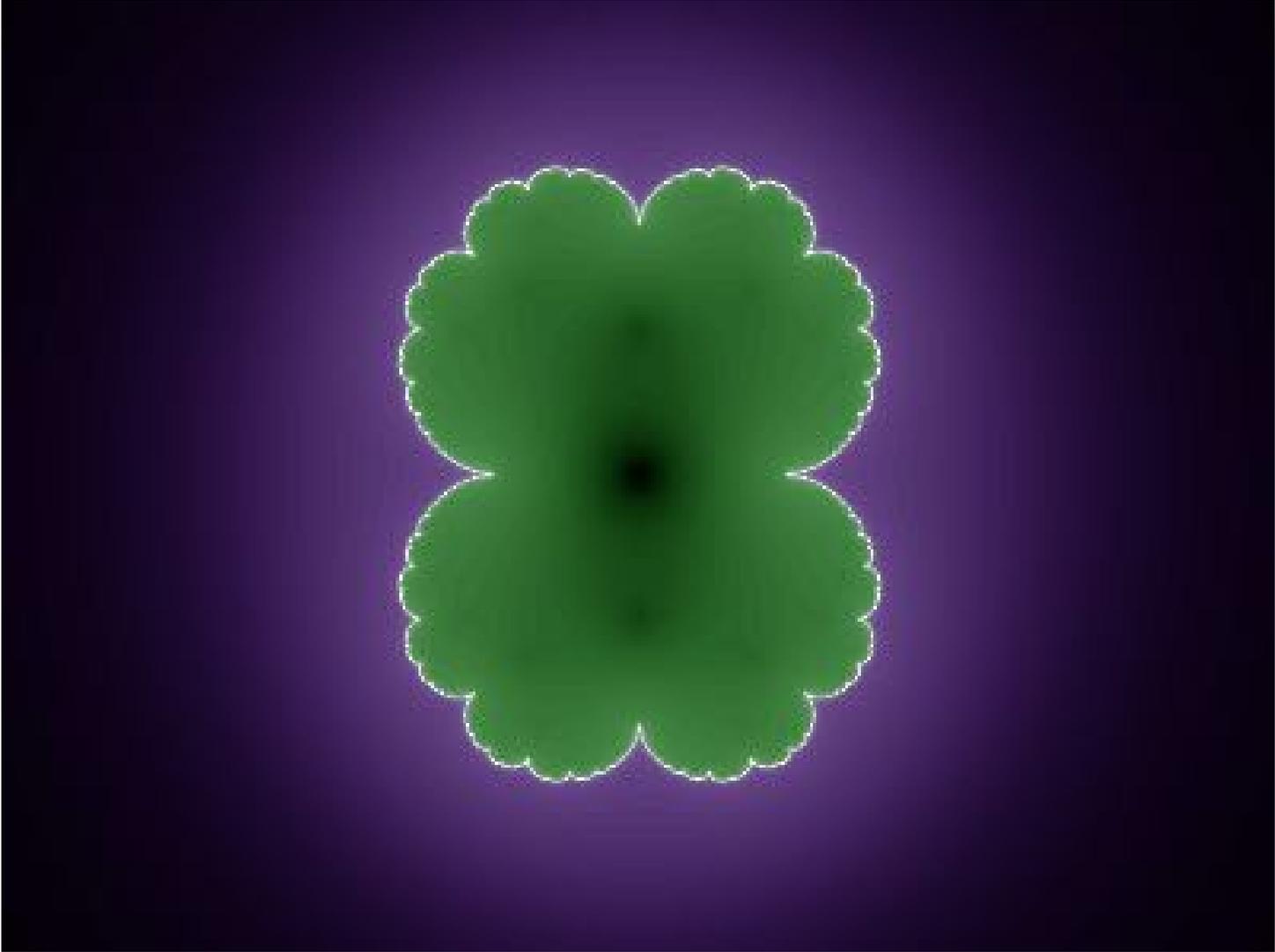
一个神奇的极简函数： $f_c(z) = z^2 + c, z \in \mathbb{C}$

- › Julia set朱利亚集
- › 对于固定的复数 c ，取遍所有复数 z_0 ，计算序列：
 $z_0, f_c(z_0), f_c(f_c(z_0)), f_c(f_c(f_c(z_0))), \dots$
- › 这个序列可能**发散**于无穷大，也可能**不发散**，始终存在于某个范围值之内。
- › 我们把所有不发散的复数 z_0 ，构成一个集合，就称为Julia set（颜色定义）

右图 $c=0.285+0.01i$



不同c值的Julia set



Mandelbrot set

- › 同样的函数
 $f_c(z) = z^2 + c, z \in \mathbb{C}$
- › 取遍所有复数 c ，从 $z=0$ 开始对 $f_c(z)$ 进行迭代：
 $0, f_c(0), f_c(f_c(0)), f_c(f_c(f_c(0))), \dots$
- › 有的 c 会使数列的绝对值（模）发散到无穷大，也有的可以收敛到有限的区域内。
- › 曼德博集合 M 就是所有的不会使序列发散的复数 c

