

基于囚禁带电粒子的量子计算机

端韵成

1300012136

量子纠缠效应使得对于单个物体的操作可以同时改变多个其他物体的状态，因而利用量子比特制造的计算机具有内禀的并行计算功能，在处理很多问题上有着经典计算机无法比拟的优势。经过数十年的努力，研究人员已经能够在真空中利用电磁场囚禁单个离子，并且对其进行高精度的量子操控，因而囚禁离子被认为是当今世界最有可能实现量子计算的系统之一。然而，在两个离子之间进行信息交流需要利用离子在电磁场中的振动作为媒介，由于离子本身过于“笨重”，这种振动频率低，速度慢，成为制造量子计算机的瓶颈。近十年来，有研究人员提出用“轻盈”的电子代替离子作为量子计算的基本单元。本文简介了基于囚禁离子和囚禁电子进行量子计算的理论和实验进展。

一、简介

量子计算机利用量子力学原理进行信息处理，其最基本单元被称为量子比特。由于量子纠缠效应，改变一个量子比特也会影响到其他与其纠缠的量子比特的状态，所以从算法上讲，量子计算机自带并行计算能力。理论上，具有 N 个量子比特的量子计算机，其运行速率将会是具有 N 个比特的经典计算机的 2^N 倍，因而，一个具有 40 个量子比特的量子计算机就可以超越目前所有的超级计算机。特别的是，Peter Shor 发现利用量子计算机可以更快速地完成大数分解，该算法被称为 Shor 算法【1】。由于现在的加密技术都是假定大数分解实际上无法实现，量子计算机的出现将会彻底攻破现有的一切加密技术。巨大的应用前景推动着量子计算的高速发展。在 Shor 算法提出后短短一年之内，Ignacio Cirac 和 Peter Zoller 就在理论上提出可以用单个离子实现这一算法【2】。同一年，David Wineland 在实验室中实现了量子计算的核心要素：对离子的单量子比特和双量子比特的门操作【3】。这一工作标志了量子计算技术的诞生，David Wineland 本人也因此于 2012 年被授予诺贝尔物理学奖。尽管随后研究人员也提出利用其它体系同样可以实现量子计算，比如核磁共振【4】、超导回路【5】、金刚石中的缺陷结构【6】等等，基于囚禁离子的量子计算技术仍在不断发展，并且一直受到广泛的关注。2016 年，MIT 物理学家 Isaac Chuang 用 5 个囚禁离子首次实现了 Shor 算法，将 15 分解为 3×5 【7】。尽管简单，却是第一次真正地实现了量子算法。

利用囚禁离子制造大型量子计算机的瓶颈在很难将多个离子纠缠起来，因而无法充分利用其内禀的并行计算功能。使两个离子间产生纠缠必须使它们发生相互作用，目前这种相互作用都是利用离子的振动作为媒介【2】【8】，然而离子质量大，振动慢，完成一次信息传递需要毫秒量级的时间，远远慢于对于单个离子的量子操作（纳秒级）也远慢于经典计算机的门操作时间（纳秒级）。为了解决这一问题，多个研究组提出可以使用电子代替离子，理论上电子的纠缠操作可以比离子快两个数量级【9-12】。

由于囚禁电子是从囚禁离子体系衍生而来，本文第二部分简述囚禁离子量子计算机的基本原理，而后第三部分根据电子和离子的主要区别，介绍一种较有前景的囚禁电子量子计算体系结构。第四部分是总结与展望。

二、囚禁离子量子计算基本原理

量子比特的物理来源：量子力学原理决定了在单电子离子中，电子轨道是分立的，离子在每个轨道上的运动都是稳定的。因而可以利用这种稳定的运动轨道，选取其中两个轨道，作为一个量子比特。习惯上将能量较低的轨道记为 $|0\rangle$ ，较高的记为 $|1\rangle$ ，其能量差为 $\hbar\omega$ 。为了精确控制离子的位置，并且使其不与其他原子、分子接触，实验上使用电磁场将离子束缚在真空中（图 1a）。其基本原理是通过在衬底电极上通直流和交流电，使得高于衬底的某处有电势能的极小值，离子就被囚禁在这个极小值点。

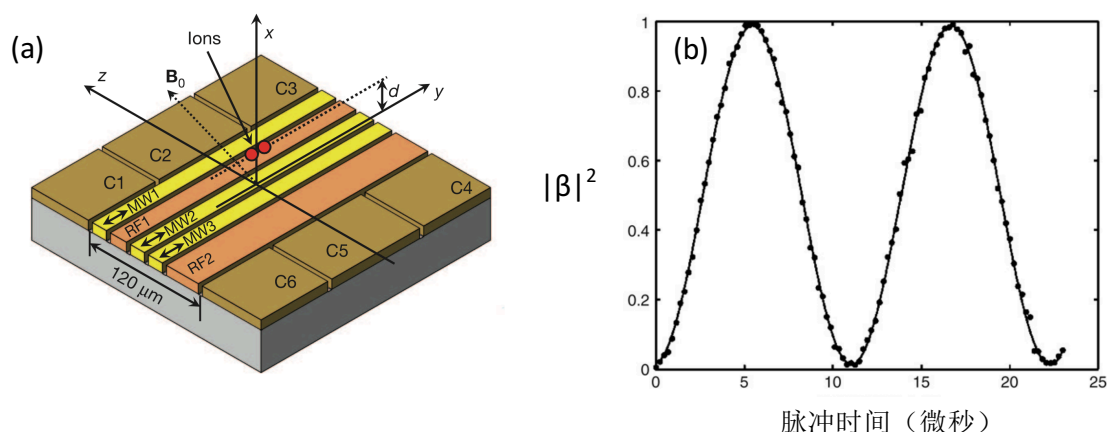


图 1. (a) 一种常用的离子阱示意图。红色圆圈代表离子，衬底上 RF1 和 RF2 是金属电极上载有交流电（射电频率 Radio Frequency），在 xz 平面内束缚住离子，C1-C6 是静电极，在 y 方向束缚离子。MW1-3 载有微波(Microwave)频率交流电，用以在两个离子间产生相互作用【13】。(b) 离子处在微波场中，价电子处在 $|1\rangle$ 轨道的概率随时间成周期性变化【14】。

单量子比特门：用频率为 ω 的光（微波）照射离子的时候，离子中的价电子可以吸收一个光子从而从 $|0\rangle$ 轨道跃迁到 $|1\rangle$ 轨道，也可以放出一个光子从 $|1\rangle$ 跃迁到 $|0\rangle$ 。特别地，在这个过程中，价电子可以处在 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的叠加态 $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ ，其中 $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ （由于只有一个电子），这与经典比特是截然不同的。其物理意义是电子有 α^2 的可能性处在 $|0\rangle$ 轨道，有 β^2 的可能性处在 $|1\rangle$ 轨道。图 1b 画出了价电子所处的状态随着微波脉冲时间的变化关系。通过控制脉冲的时间就可以精确控制价电子的状态，从而实现对于单个量子比特的操作。

双量子比特门：为了实现信息处理，还需要在两个量子比特之间产生纠缠，也就是让离子 2 的价电子可以感受到离子 1 价电子所处的状态。其具体过程是外加大功率微波将储存在离子 1 电子轨道中的量子信息映射到离子 1 的振动状态上，由于离子 1 与离子 2 之间有库伦相互作用，离子 1 的振动会影响到离子 2 的振动，因而离子 2 的振动携带有离子 1 的信息，可以再通过微波将这个信息映射到离子 2 的价电子轨道上。虽然理论上证明只需要用到双量子比特门和单量子比特门就可以完成所有的量子算法，但这里需要用到离子的振动，因此是非常缓慢的。

信息读出：在完成信息处理之后需要对每一个量子比特进行读出，即读出 α （或者 β ）。虽然我们讨论量子比特的时候只考虑两个电子轨道，但是其实离子外有丰富的轨道可供使用，其中某些轨道相对不稳定，电子在其上会自发辐射，跃迁到能量较

低的稳定轨道，这一过程称为荧光。类似于单量子门的过程，可以把 $|0\rangle$ 轨道上的电子用激光或者微波转移到某一个荧光轨道，如果电子处在 $|0\rangle$ 轨道，则会探测到荧光，否则不能，从而实现对量子比特的读取。

三、囚禁电子量子计算体系

电子和离子一样，可以被电磁场束缚在真空中。将电子置于恒定磁场中，电子自旋的取向有两种可能，顺磁场方向记为 $|\uparrow\rangle$ ，逆磁场方向记为 $|\downarrow\rangle$ ，这两种方向类比于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ ，构成量子比特的两个状态。单量子比特门和双量子比特门可以用和离子相同的手段。最大的区别就是，电子没有离子中丰富的轨道结构，没有办法进行荧光探测。所以最大的困难就是如何读取电子的量子比特（自旋状态）。很多研究组都在这方面进行了尝试，哈佛大学 Gerald Gabrielse 研究组在平面潘宁势阱中尝试读取电子自旋，但是只能得到大量电子的平均状态，无法实现对单个电子的读取【10】【15】；美国国家标准技术局 David Wineland 和加州大学伯克利分校 Hartmut Haefner 提出将电子的信息转移到另一种量子比特载体—超导回路中，再利用成熟的技术对超导回路读取，但是至今没有可靠的方法完成信息传递【12】【16】。北京大学学生彭湃和加州大学伯克利分校 Hartmut Haefner 共同提出了一种新的方案，并且通过理论计算和数值模拟验证了其可行性【11】。下面主要介绍这一方案。

自旋是一种微观尺度的角动量，其本身难以探测，所有的探测手段都是利用电子磁矩 μ ，电子磁矩大小固定，方向与自旋方向相反，因而测得磁矩方向就可以得知自旋方向。磁矩在磁场中具有能量 $E = -\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\mu}$ 。当磁场方向不变，但是大小随位置变化的时候，对于 $|\uparrow\rangle$ ，磁场方向相同与自旋方向相同，与磁矩方向相反，为了使体系能量最低，电子倾向于向磁场小的方向运动；反之，对于 $|\downarrow\rangle$ ，磁场方向相同与自旋方向相反，与磁矩方向相同，为了使体系能量最低，电子倾向于向磁场大的方向运动。因而，在不均匀的磁场中，自旋相反的电子会受到相反方向的力。利用这一原理，就可以把自旋方向映射到电子的运动状态，进而通过电学方法读取。

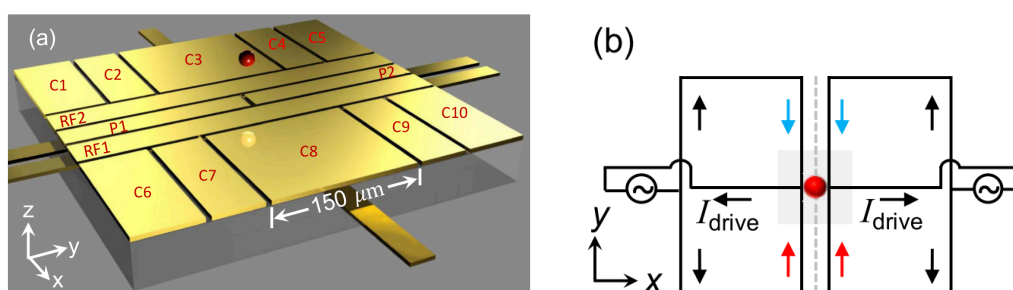


图 2. (a) 电子阱装置示意图。红色小球代表电子，衬底上 RF1 和 RF2 是金属电极上载有交流电（射电频率 Radio Frequency），在 xz 平面内束缚住离子，C1-10 是静电极，在 y 方向束缚离子。P1 和 P2 外接探测电路，可以探测电子的振动。衬底下面一层的导线载有交流电，产生交变磁场，用以驱动电子。导线的俯视图及外电路如图(b)所示，红色小球代表电子，箭头方向代表某一时刻电流方向。

电子阱装置图如图 2a 所示。外加一个强度沿 y 方向变化的磁场，电子就会受到 y 方向的力。这种电极结构的好处是，可以采用 10 个（实际上可以更多）电极来调控 y 方向的束缚电场，使得电子在 y 方向的振动性质可以被几乎任意地调节。但是由于实验中很难产生强磁场，磁场力非常小，如果磁场恒定，只会使得电子的平衡位置产生

微笑的移动，考虑到电子的热运动和电路中的噪声，根本无法读取。所以使用交流的不均匀磁场，电子受到周期性的力，如果力的周期和电子本身的振动周期相同，就会产生共振效应，电子的振幅很大。其原理就如同荡秋千，每一次屈腿或者伸腿，只能让身体移动很小的距离，但是如果配合着秋千的周期，多次屈伸，就可以获得足够大的振幅。由于自旋不同的电子受到的驱动力方向相反，其受迫振动相位也相反，通过探测相位就可以得知电子的自旋方向。尽管采用了共振驱动，磁场力还是太小，因而需要较为复杂的降噪和信号放大技术。

另一个实验中会遇到的问题是产生磁场需要载流导线，但它不仅产生磁场，还会产生电场，而电场力与自旋无关，却比磁场力大 **1000** 倍，因此必须排除。可以设计如图 2b 所示的电路，通过两个镜面对称性保证在电子位置附近没有电场，只有不均匀的磁场。

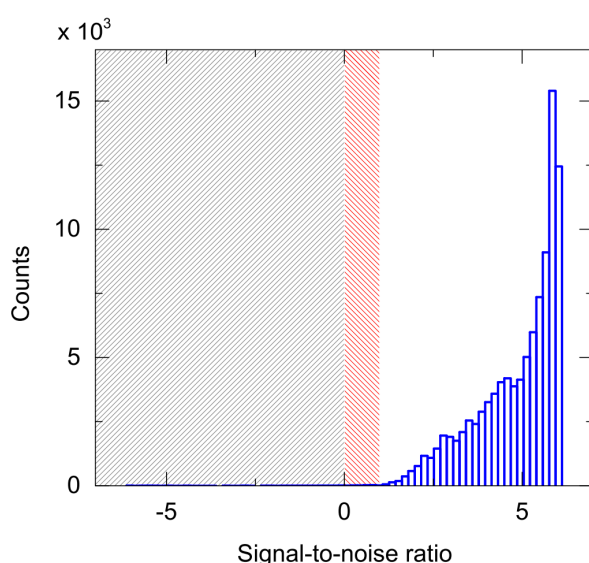


图 3. 10^5 次模拟得出的信噪比统计直方图。灰色区域代表得出了错误的结果，红色代表虽然得出正确结果但是信噪比小于一。

经过对过程的优化，整个读取过程只需要 **25** 微秒，与双量子比特门操作时间相当，并不会制约量子计算机的计算速度。为了评价这一套方案的可信程度，作者通过随机选取电子的初始状态，模拟整个读取过程中电子的运动，得到每个初始状态对应的信噪比，多次平均之后可以得到这一读取操作的可信度。图 3 展示了 10^5 次模拟的结果统计图，绝大多数情况信噪比都比较理想。从这组数据中得到的可信度是 **99.7%**，也就是一千次读取中平均会有三次读错。有个这个读取的方案之后，理论上囚禁电子已经满足制造量子计算机的所有条件，接下来的任务就是在实验中实现这一体系。

四、总结与展望

量子计算是改变世界的全新技术，在无数科学家和工程师的努力下，人们对量子世界的控制达到了前所未有的高度，量子计算相关领域已经产生了两位诺贝尔奖。如今社会越来越意识到量子技术的重要性，美国、欧洲政府拨出巨额经费试图在不同的体系中实现量子计算；谷歌、微软、IBM、阿里巴巴等商业巨头也与学术界深度合作，想通过垄断量子技术在商战中赢得先机。目前包括离子阱在内的多个体系已经在实验

上实现了门操作，具备制造大型量子计算机的基础，我们有理由相信，在不久的将来，量子计算机投入使用，很多现在无法计算的复杂问题都会得到解决，人类对于自然、社会的认识将被提升到全新的高度。

参考文献

- 【1】Shor, Peter W. "Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring." *Foundations of Computer Science, 1994 Proceedings., 35th Annual Symposium on*. IEEE, 1994.
- 【2】Cirac, Juan I., and Peter Zoller. "Quantum computations with cold trapped ions." *Physical review letters* 74.20 (1995): 4091.
- 【3】Monroe, Chris, et al. "Demonstration of a fundamental quantum logic gate." *Physical review letters* 75.25 (1995): 4714.
- 【4】Gershenfeld, Neil A., and Isaac L. Chuang. "Bulk spin-resonance quantum computation." *science* 275.5298 (1997): 350-356.
- 【5】Wallraff, Andreas, et al. "Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics." *Nature* 431.7005 (2004): 162-167.
- 【6】Weber, J. R., et al. "Quantum computing with defects." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 107.19 (2010): 8513-8518.
- 【7】Monz, Thomas, et al. "Realization of a scalable Shor algorithm." *Science* 351.6277 (2016): 1068-1070.
- 【8】Sørensen, Anders, and Klaus Mølmer. "Quantum computation with ions in thermal motion." *Physical review letters* 82.9 (1999): 1971.
- 【9】Ciaramicoli, G., I. Marzoli, and P. Tombesi. "Scalable quantum processor with trapped electrons." *Physical review letters* 91.1 (2003): 017901.
- 【10】Lamata, Lucas, et al. "Towards electron-electron entanglement in Penning traps." *Physical Review A* 81.2 (2010): 022301.
- 【11】Peng, Pai, Clemens Matthiesen, and Hartmut Häffner. "Spin readout of trapped electron qubits." *Physical Review A* 95.1 (2017): 012312.
- 【12】Kotler, Shlomi, et al. "Hybrid quantum systems with trapped charged particles." *arXiv preprint arXiv:1608.02677* (2016).
- 【13】Ospelkaus, C., et al. "Microwave quantum logic gates for trapped ions." *Nature* 476.7359 (2011): 181-184.
- 【14】Häffner, Hartmut, Christian F. Roos, and Rainer Blatt. "Quantum computing with trapped ions." *Physics reports* 469.4 (2008): 155-203.
- 【15】Joshua David Goldman, Harvard Ph.D. Thesis (September 2011).
- 【16】Daniilidis, Nikos, et al. "Quantum information processing with trapped electrons and superconducting electronics." *New Journal of Physics* 15.7 (2013): 073017.